ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2005. május 10.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÉRETTSÉGI VIZSGA

Az írásbeli vizsga időtartama: 180 perc

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

- A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal** kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
- A feladatok mellett található téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerül.
- **Kifogástalan megoldás** esetén elég a maximális pontszám beírása a megfelelő téglalapokba.
- Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra.

Tartalmi kérések:

- Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
- A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
- Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél **kevésbé részletezett**.
- Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
- **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel mint kiinduló adattal helyesen számol tovább a következő gondolati egységben vagy részkérdésben, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot.
- Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **mértékegység,** akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.
- Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **csak egy** (a magasabb pontszámú) **értékelhető**.
- A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont**) nem adható**.
- Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
- **A vizsgafeladatsor II./B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető.** A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha mégsem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz az, amelyet nem kell értékelni.

I.

1.		
$F\left(-\frac{3}{2};1\right)$.	2 pont	*Ha csak az egyik koordináta jó, akkor 1 pont jár.*
Összesen:	**2 pont**	

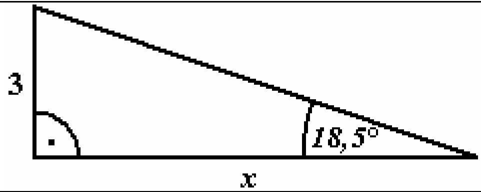
2.		
B.	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

3.		
[2; 6] vagy $2 \le y \le 6$	3 pont	*Ha az intervallum kezdő- vagy végpontja hibás, akkor 1 ponttal kevesebb jár. Ha részben vagy teljesen nyílt intervallum szerepel, akkor is 1 ponttal kevesebb jár.*
Összesen:	**3 pont**	

4.		
A: hamis.	1 pont	
B: igaz.	1 pont	
C: hamis.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

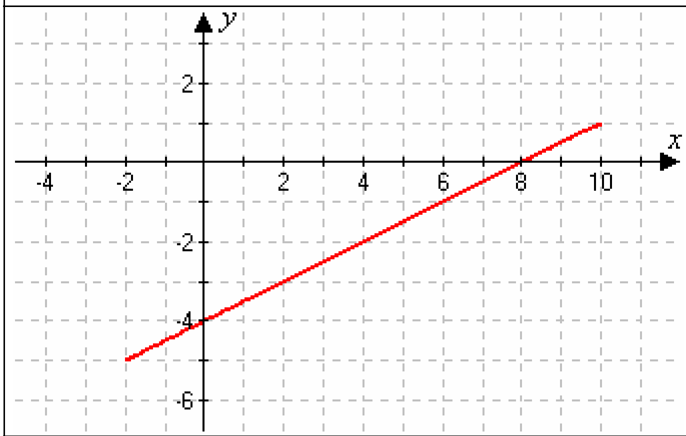
5.		
$(x+3)^2+(y-5)^2=16$. Vagy: $x^2+y^2+6x-10y+18=0$.	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

6.		
$\frac{21}{150}$ vagy 14% vagy 0,14.	2 pont	*A végeredmény bármilyen alakban elfogadható.*
Összesen:	**2 pont**	

7.		
	1 pont	*Az adatok feltüntetése esetén jár az 1 pont.*
$\mathrm{tg}18{,}5° = \frac{3}{x}$.	1 pont	
A másik befogó $x \approx 8{,}966 \approx 9$ (cm).	1 pont	*Kerekítés nélkül is elfogadható.*
Összesen:	**3 pont**	

8.		
$a_5 = \frac{1}{2}$.	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

9.		
Az élek száma összesen 4.	2 pont	*Ha csak egy jó rajz van, akkor 1 pont jár.*
Összesen:	**2 pont**	

10.		
	2 pont	*Ha a grafikon jó, de nincs a megadott intervallumra leszűkítve, akkor 1 pont jár.*
Összesen:	**2 pont**	

11.		
a)		
$\binom{22}{5} = 26\,334.$	2 pont	*A binomiális együttható kiszámítása nélkül is jár a 2 pont.*
Összesen:	**2 pont**	
b)		
$5! = 120.$	2 pont	*A faktoriális kiszámítása nélkül is jár a 2 pont.*
Összesen:	**2 pont**	

12.		
$V = \frac{4r^3\pi}{3}.$ $V = \frac{4\cdot 13^3\pi}{3}.$	1 pont	
$V \approx 9202{,}8\ (\text{cm}^3).$	1 pont	
A labdában ≈ 9,2 liter levegő van.	1 pont	*1 pont az átváltásért jár.*
Összesen:	**3 pont**	

II./A

13.		
$\cos^2 x + 4\cos x = 3\left(1 - \cos^2 x\right).$	2 pont	*Ha csak $sin^2 x + cos^2 x = 1$ összefüggést írja fel, akkor 1 pont.*
Rendezve: $4\cos^2 x + 4\cos x - 3 = 0.$	1 pont	
Ennek gyökei: $\cos x = \frac{1}{2}$ vagy	1 pont	
$\cos x = -\frac{3}{2}.$	1 pont	
Ha $\cos x = \frac{1}{2}$, akkor $x_1 = \frac{\pi}{3} + 2k\pi,$ vagy $x_2 = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi,$	3 pont	*Ha a periódus valahol hiányzik, legfeljebb 2 pont. Elfogadható a fokokban megadott megoldás is. Ha keveri a fokot és a radiánt, legfeljebb 1 pontot kaphat.*
ahol $k \in Z$.	1 pont	
Ha $\cos x = -\frac{3}{2}$, akkor nincs megoldás, hiszen $\cos x \geq -1$ minden x esetén.	2 pont	*Indoklás nélkül 1 pont.*
Az egyenlet megoldása közben ekvivalens átalakításokat végeztünk, így mindkét gyöksorozat megoldása az eredeti egyenletnek.	1 pont	*Ha a megoldásban nem ír periódust, de a kapott két gyököt visszahelyettesíti,*

		akkor is adjuk meg az ellenőrzésért járó 1 pontot.
Összesen:	**12 pont**	

14.		
a)		
$a_2 = 17$ és $a_3 = 21$. $d = 4$.	1 pont	*A differencia meghatározásáért jár az 1 pont.*
$a_1 = 13$.	1 pont	
$a_{150} = 609$.	1 pont	*Az a_{150} értékét akkor is elfogadjuk, ha csak az összegképlet tartalmazza.*
$S_{150} = \frac{13+609}{2} \cdot 150$.	1 pont	
$S_{150} = 46\,650$.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

b)		
Alkalmazzuk a hárommal való oszthatósági szabályt.	1 pont	*Ha az oszthatósági szabályt nem írja le, csak alkalmazza, akkor is jár a 2 pont.*
25 863 számjegyeinek az összege 24, így osztható hárommal.	1 pont	
Tetszőleges sorrend esetén az összeg nem változik, tehát az állítás igaz.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

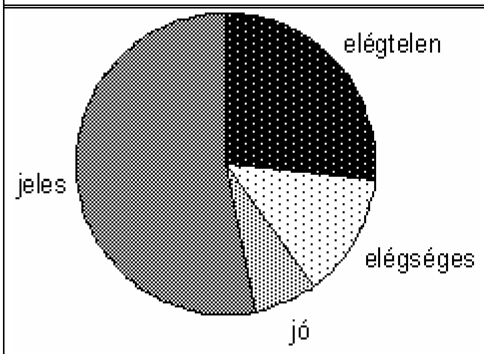
c)		
Alkalmazzuk a néggyel való oszthatósági szabályt.	1 pont	*Ha az oszthatósági szabályt nem írja le, de láthatóan jól alkalmazza, akkor is jár az 1 pont.*
Ebben az esetben ez akkor teljesül, ha az utolsó két számjegy: 28; 32; 36; 52; 56; 68.	2 pont	*Ha a hat végződésből négyet vagy ötöt sorol fel, akkor 2 pont helyett 1 pont jár, ha kevesebbet, akkor nulla.*
A tízes helyiértéken tehát 2; 3; 5 vagy 6 állhat.	1 pont	*Ez a pont akkor jár, ha az összes megoldást megadta.*
Összesen:	**4 pont**	
Ha a hat végződésből semmit sem sorol fel, de az oszthatósági szabály szerepel és jó a megoldás, akkor 4 pont jár. Ha nem ír oszthatósági szabályt, de jó a hat végződés felsorolása és a végeredmény is, akkor 4 pont jár.		

15.		
a)		
Számtani átlag: $\frac{3\cdot 100+2\cdot 95+91+2\cdot 80+65+2\cdot 31+2\cdot 17+8+5}{15}=$	2 pont	
= 61.	1 pont	
Módusz: 100.	1 pont	
Medián: 80.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

b)		

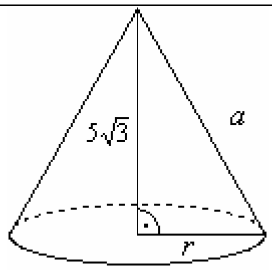
Osztályzat	jeles	jó	közepes	elégséges	elégtelen
A dolgozatok száma	8	1	0	2	4

(táblázat)	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

<table>
<tr><td colspan="3">c)</td></tr>
<tr><td>Jeles: 192°.
Jó: 24°.
Elégséges: 48°.
Elégtelen: 96°.</td><td>2 pont</td><td>A középponti szögek számításának leírása nem követelmény, a szögek felírása igen. Helyes kerekítésből adódó eltérések elfogadhatók.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>3 pont</td><td>Ha a kördiagramról nem derül ki, hogy melyik osztályzat melyik körcikkhez tartozik, akkor csak 1 pont jár.
Akkor fogadható el az ábra, ha a bejelölt határvonal a helyes megoldás tízes szomszédjai közé esik.</td></tr>
<tr><td align="right">Összesen:</td><td>5 pont</td><td></td></tr>
</table>

II./B

A 16.–18. feladatok közül a tanuló által megjelölt feladatot nem kell értékelni.

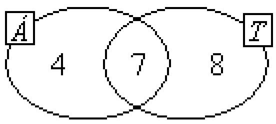
16.		
a)		
 $a = 2r$.	2 pont*	*A tengelyre illeszkedő síkmetszet egy szabályos háromszög.*
Pitagorasz-tétel alkalmazásával: $a^2 = r^2 + \left(5\sqrt{3}\right)^2$. $4r^2 = r^2 + \left(5\sqrt{3}\right)^2$.	1 pont* 2 pont*	
$r = 5$ cm.	1 pont*	
$a = 10$ cm.	1 pont*	
$A = r^2\pi + r\cdot\pi\cdot a$. $A = 25\pi + 50\pi$.	1 pont	
$A = 75\pi$. Vagy $A \approx 235{,}6$ cm^2.	1 pont	
Összesen:	**9 pont**	*Közelítő értékekkel való számolás is teljes pontot ér.*
** Ha ezek a részek csak a b) vagy a c) kérdés megoldásánál szerepelnek, a megfelelő pont akkor is jár.*		
b)		
$V = \dfrac{r^2\pi\cdot m}{3}$. $V = \dfrac{25\pi\cdot 5\sqrt{3}}{3}$.	1 pont	
$V \approx 226{,}7$ cm^3.	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	*Közelítő értékekkel való számolás is teljes pontot ér.*
c)		
1. megoldás		
A körcikk sugara: a.	1 pont	
Az ívhossz: $a\pi$.	2 pont	
$\dfrac{\alpha}{360°} = \dfrac{a\pi}{2a\pi}$.	2 pont	
A kérdezett középponti szög: $\alpha = 180°$.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	*Közelítő értékekkel való számolás is teljes pontot ér.*

2. megoldás		
A körcikk sugara: a.	1 pont	
Az ívhossz: $a\pi$.	2 pont	
A teljes kerület: $2a\pi$.	1 pont	
Az ívhossz ennek a fele, tehát egy félkörív;	1 pont	
így $\alpha = 180°$.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

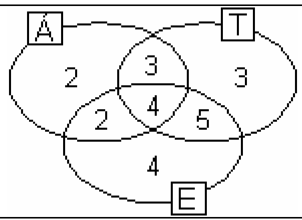
17.		
a)		
Jelentse x a magazin árát.	1 pont	*Ez az 1 pont akkor is jár, ha e felírás helyett a helyes szöveges válaszból derül ki, hogy mit jelölt az ismeretlennel.*
Annának $0{,}88x$ forintja van.	1 pont	*Az egyenlet felírásáért összesen 4 pont jár.*
Zsuzsinak $\frac{4}{5}x$ forintja van.	1 pont	
Az egyenlet: $0{,}88x + \frac{4}{5}x - x = 714$.	2 pont	
$x = 1050$.	1 pont	
$0{,}88x = 924$ és	1 pont	
$\frac{4}{5}x = 840$.	1 pont	
A magazin 1050 Ft-ba került. Annának eredetileg 924 Ft-ja, Zsuzsinak 840 Ft-ja volt.	1 pont	
Ellenőrzés.	1 pont	
Összesen:	**10 pont**	

b)		
1. megoldás		
A maradékból Annának a, Zsuzsinak $714 - a$ Ft jut.	1 pont	*Ez az 1 pont akkor is jár, ha e felírás helyett a helyes szöveges válaszból derül ki, hogy mit jelölt az ismeretlennel.*
$\frac{924}{840} = \frac{a}{714-a}$ vagy $\frac{0{,}88}{0{,}8} = \frac{a}{714-a}$.	2 pont	*Bármelyik egyenlet elfogadható.*
Ebből: $a = 374$;	1 pont	
$714 - a = 340$.	1 pont	
Tehát Annának 374 Ft-ja, Zsuzsinak 340 Ft-ja marad a vásárlás után.	1 pont	
Ellenőrzés.	1 pont	
Összesen:	**7 pont**	

2. megoldás		
Összesen 1764 Ft-juk volt.	1 pont	
Anna a maradék $\frac{924}{1764}$-ed részét kapja meg,	1 pont	
azaz $714 \cdot \frac{924}{1764} =$	1 pont	
= 374 Ft-ot.	1 pont	
Zsuzsi a maradék $\frac{840}{1764}$-ed részét kapja meg,	1 pont	
azaz $714 \cdot \frac{840}{1764} =$	1 pont	
= 340 Ft-ot.	1 pont	
Összesen:	**7 pont**	

18.		
a)		
1. megoldás		
	2 pont	*Ha a háromból csak egy vagy két számot ír be jól a halmazábrába, akkor 1 pont adható.*
Legalább az egyikük által észrevett eltérések száma: 4 + 7 + 8 = 19.	1 pont	
Egyikük sem vett észre 23 – 19 = 4 eltérést.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

2. megoldás		
Halmazábra nélkül is felírható a megtalált eltérések száma: 11 + 15 – 7 .	2 pont	*Ez a 2 pont nem bontható.*
Ezért legalább az egyikük által észrevett eltérések száma: 19.	1 pont	
Egyik sem vett észre: 23 – 19 = 4 eltérést.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

b)		
	7 pont	*Minden jól beírt érték egy-egy pontot ér.*
Összesen:	**7 pont**	
c)		
Van olyan eltérés, amit Enikő nem talált meg. VAGY: Enikő nem minden eltérést talált meg. VAGY: Enikő nem találta meg az összes eltérést.	2 pont	*Ez a 2 pont nem bontható.*
Összesen:	**2 pont**	

d)		
A kedvező esetek száma: 14.	1 pont	*Ha a b) feladatban rosszul tölti ki az ábrát, de ahhoz képest itt következetesen dolgozik, akkor is jár az 1-1 pont.*
Az összes esetek száma: 23.	1 pont	
A keresett valószínűség: $\frac{14}{23}$ vagy $\approx 0{,}61$ vagy 61%.	2 pont	*Bármelyik forma és szabályszerűen kerekített érték is elfogadható.*
Összesen:	**4 pont**	