

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2005. október 25.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI MINISZTERIUM

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

- A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal** kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
- A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerül.
- **Kifogástalan megoldás** esetén elég a maximális pontszám beírása a megfelelő téglalapokba.
- Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra.

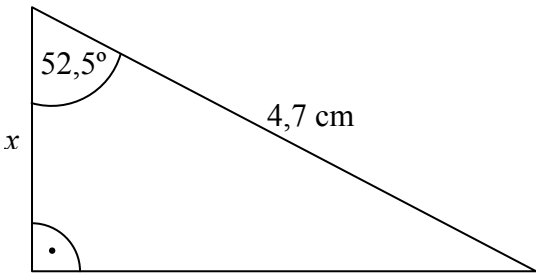
Tartalmi kérések:

- Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
- A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
- Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél **kevésbé részletezett**.
- Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
- **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel mint kiinduló adattal helyesen számol tovább a következő gondolati egységben vagy részkérdésben, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot.
- Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **mértékegység**, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.
- Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **csak egy** (a magasabb pontszámú) **értékelhető**.
- A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
- Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
- **A vizsgafeladatsor II./B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető**. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha mégsem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz az, amelyet nem kell értékelni.

I.

1.		
A számláló: $x(x - 3)$.	1 pont	
A tört egyszerűsítve: $x - 3$.	1 pont	
Összesen:	2 pont	<i>A szorzat alak felírása nélkül is jár a 2 pont.</i>

2.		
A számjegyek összege nem három többszöröse (a 0 az összegben nem változtat).	1 pont	
Nem lehetett igaza.	1 pont	
Összesen:	2 pont	

3.		
 <p>Ábra az adatokkal.</p> $x = 4,7 \cdot \cos 52,5^\circ = 2,861$	1 pont	
A befogó hossza kerekítve: 2,9 cm.	1 pont	<i>Csak helyes kerekítés esetén adható.</i>
Összesen:	3 pont	

4.		
B	2 pont	
Összesen:	2 pont	

5.		
$5x + 8y = -10 + 56$	1 pont	<i>A megfelelő egyenlet kiválasztásáért.</i>
$5x + 8y = 46$	1 pont	<i>A jó behelyettesítésért adható.</i>
Összesen:	2 pont	<i>2 pontot ér az is, ha csak leírja a jó eredményt.</i>

6.		
$\left(\frac{y}{x}\right)^2 = \frac{y^2}{x^2} = \frac{1}{\frac{x^2}{y^2}} = \frac{1}{\left(\frac{x}{y}\right)^2}$	2 pont	<i>Bármelyik alak jó. A 2 pont nem bontható.</i>
Összesen:	2 pont	

7.		
$6 - b_1 = 11$	1 pont	
$4 - b_2 = 5$	1 pont	
$\underline{b}(-5; -1)$	1 pont	
Összesen:	3 pont	<i>Ha a \underline{b}-t jól felírja, jár a 3 pont.</i>

8.		
Tudja, hogy a $10 - x > 0$ egyenlőtlenségnek kell teljesülnie.	1 pont	<i>Ezen sor felírása nélkül is 2 pontot ér a helyes válasz.</i>
$x < 10$	1 pont	
Összesen:	2 pont	<i>A jó válasz teljes értékű. Ha az $x = 10$ értéket is megengedi, 1 pontot kaphat.</i>

9.		
<p>Például:</p>		
Berajzolja az öt pontot, közte egy negyedfokút.	1 pont	
Pontosan négy másodfokú pontot rajzol meg.	2 pont	
Összesen:	3 pont	<i>Helyes ábráért indoklás nélkül is jár a 3 pont.</i>

10.		
A: hamis	1 pont	
B: igaz	1 pont	
C: hamis	1 pont	
Összesen:	3 pont	

11.		
Az első táncra rögzített az A osztály. A további négy táncnak 4! sorrendje lehetséges.	2 pont	<i>Az indoklás az összes eset felsorolásával is megadható.</i>
24-féle sorrend alakulhat ki.	1 pont	
Összesen:	3 pont	<i>Ha 5! a válasza, 1 pontot kaphat.</i>

12.		
a) $2 \leq x \leq 6$	2 pont	<i>Ha valamelyik végpont hibás, 1 pont adható. Ha nem szerepel az egyenlőség, akkor is csak 1 pont jár. $4 \leq x \leq 12$ válasz esetén 1 pont.</i>
b) $f(x)$ legnagyobb értéke: 3 (vagy $y = 3$).	1 pont	<i>$y = 6$ válaszra is kapja meg az 1 pontot, ha az előzőkben rosszul olvasta le az egységet.</i>
Összesen:	3 pont	

II./A

13. a)

I			
700			
A halmazára jó felépítése.		2 pont	
Az adatok szerepeltetése.		2 pont	
Összesen:		4 pont	<i>Ha csak a sportolókról szól a diagram, 2 pont adható.</i>

13. b)

I	700		
36 atlétából 22 kosarazik is, tehát 14-en csak atletizálnak.		1 pont	
70 tanuló sportol összesen, tehát 34 fő csak kosarazik.		2 pont	
22 + 34 = 56 tanuló kosarazik.		1 pont	
Összesen:		4 pont	<i>Akár ábra alapján, akár szöveges következtetéssel oldja meg, jár a 4 pont.</i>

13. c)		
A klasszikus modell alkalmazható*, 50 kosaras közül választunk. (Ennyi az összes eset.)	1 pont	<i>*A megjegyzés nélkül is jár az 1 pont.</i>
17 fő atletizál is. (Ezek a kedvező esetek.)	1 pont	
A keresett valószínűség: $\frac{17}{50}$ (= 0,34)	2 pont	
Összesen:	4 pont	<i>A jó eredmény pusztá közlése 2 pont, bármilyen helyes indoklással 4 pont.</i>

14.		
Legyen a széksorok száma: n .	1 pont*	<i>*A pontok akkor is járnak, ha a gondolatmenet a képletek helyes használatából derül ki.</i>
A sorokban levő székek száma egy $d = 2$ differenciájú számtani sorozat egymást követő elemeit adja.	1 pont*	
$a_1 = 20$	1 pont*	
Az n -edik (első) sorban $a_n = 20 + (n - 1) \cdot 2$ szék van.	1 pont*	
Az összes helyre az $S_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$ alkalmazható.	1 pont*	
$510 = \frac{n}{2} \cdot (20 + 20 + (n - 1) \cdot 2)$	2 pont	
$2n^2 + 38n - 1020 = 0$	2 pont	
$n_1 = 15$ és $n_2 = -34$	1 pont*	<i>*Akkor is jár mindkét pont, ha csak megállapítja, hogy n_2 negatív, és ezért nem ad megoldást.</i>
n_2 nem ad megoldást.	1 pont*	
15 széksor van a nézőtéren.	1 pont	
		<i>Ha tagonkénti összeadással kapja meg az $n = 15$ megoldást, az 5 pont; ha kimondja, hogy más megoldás nincs, további 2 pont.</i>
Összesen:	12 pont	

15. a)																				
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>$m(\text{g})$</td> <td>33</td> <td>34</td> <td>35</td> <td>36</td> <td>37</td> <td>38</td> <td>39</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>$n(\text{db})$</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </table>	$m(\text{g})$	33	34	35	36	37	38	39	40	$n(\text{db})$	2	0	4	4	6	2	0	1	3 pont	<i>1 vagy 2 hibás adatpár esetén 2 pont ennél több hiba esetén 0 pont. Nem hiba, ha nem szerepelnek a 0 gyakoriságú adatok.</i>
$m(\text{g})$	33	34	35	36	37	38	39	40												
$n(\text{db})$	2	0	4	4	6	2	0	1												
Összesen:	3 pont																			

15. b)		
$\bar{m} = \frac{2 \cdot 33 + 4 \cdot 35 + 4 \cdot 36 + 6 \cdot 37 + 2 \cdot 38 + 40}{19} =$	1 pont*	
$= 36,21$	1 pont	
$36,21 \approx 36$ gramm	1 pont	<i>A kerekítésért a mértékegység nélkül is 1 pont jár.</i>
Összesen:	3 pont	
<i>*Akkor is kapja meg ezt a pontot, ha a törtet nem írja fel, de géppel jól kiszámolja az eredményt.</i>		

15. c)		
Medián: 36	1 pont	
Módusz: 37	1 pont	
Összesen:	2 pont	

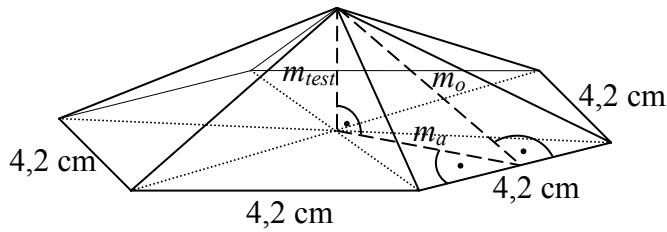
15. d)																				
<table border="1" style="margin-top: 10px;"> <caption>Data for Histogram</caption> <thead> <tr> <th>tömeg (g)</th> <th>A mérések száma (db)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>33</td><td>2</td></tr> <tr><td>34</td><td>0</td></tr> <tr><td>35</td><td>4</td></tr> <tr><td>36</td><td>4</td></tr> <tr><td>37</td><td>6</td></tr> <tr><td>38</td><td>2</td></tr> <tr><td>39</td><td>0</td></tr> <tr><td>40</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>			tömeg (g)	A mérések száma (db)	33	2	34	0	35	4	36	4	37	6	38	2	39	0	40	1
tömeg (g)	A mérések száma (db)																			
33	2																			
34	0																			
35	4																			
36	4																			
37	6																			
38	2																			
39	0																			
40	1																			
Összesen:	4 pont	<i>Egy hibás táblázatnak megfelelően jól elkészített diagram is 4 pontot ér. Ha a tengelyeken nincs egység, vagy nem jelöli a mértékegységet, 1-1 pontot veszít.</i>																		

II./B

16. a)		
A logaritmus definíciója szerint $\sqrt{x+1}+1 = 3^2$.	2 pont	<i>Szöveges indoklás nélkül is jár a 2 pont.</i>
$\sqrt{x+1} = 8$	1 pont	
$x + 1 = 64$	1 pont	
$x = 63$	1 pont	
Ellenőrzés.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

16. b)		
$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ helyettesítéssel,	1 pont	<i>A jó helyettesítés elvégzéséért jár a 2 pont.</i>
$2 - 2\sin^2 x + 5\sin x - 4 = 0$.	1 pont	
$\sin x = z$ új változóval $2z^2 - 5z + 2 = 0$.	1 pont	<i>Új változó nélkül is jár az 1 pont.</i>
$z_1 = 2$ és $z_2 = \frac{1}{2}$.	2 pont	
$z = 2$ nem megoldás, mert $ \sin x \leq 1$.	1 pont	
$x = \frac{1}{6}\pi + k \cdot 2\pi$, vagy $x = \frac{5}{6}\pi + k \cdot 2\pi$,	3 pont*	<i>Ha a periodicitást nem veszi figyelembe, legfeljebb 2 pontot kaphat. A megoldás fokokban is megadható. A szögmértékek következtelen használata esetén is legfeljebb 2 pontot kaphat.</i>
$k \in \mathbf{Z}$	1 pont	
Ellenőrzés, vagy annak rögzítése, hogy ezek megoldások, mert ekvivalens átalakításokat végeztünk.	1 pont	
Összesen:	11 pont	
*1 pont $x = \frac{1}{6}\pi$ -ért, 1 pont $x = \frac{5}{6}\pi$ -ért, 1 pont a periodusért.		

17.



17. a)

$V = \frac{1}{3} T_{\text{hatszög}} \cdot m = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot T_{\text{háromszög}} \cdot m$	1 pont	<i>A pontok akkor is járnak, ha a gondolatmenet a képletek helyes használatából derül ki. Ha a mm³-ben adja meg az eredményt, 1 pontot veszít.</i>
$m = 25 \text{ mm} = 2,5 \text{ cm}$	1 pont	
$V = 38,19 \text{ cm}^3 \approx 38,2 \text{ cm}^3$ faanyag van a gúlában.	2 pont	
Összesen:	4 pont	

17. b)

$T_{\text{palást}} = 6T_{\text{oldallap}} = 3am_o$	1 pont	
$m_o^2 = m_a^2 + m_{\text{test}}^2$	2 pont	
$m_a = \sqrt{4,2^2 - 2,1^2}$ vagy $m_a = \frac{4,2}{2} \cdot \sqrt{3}$	2 pont	
$m_a = 3,64 \text{ cm}$	1 pont	
$m_o = 4,41 \text{ cm}$	1 pont	
$T_{\text{palást}} = 55,6 \text{ cm}^2$, ennyi felületet festenek be.	1 pont	
Összesen:	8 pont	

17. c)

Hatféle színt 6! - féle sorrendben lehet felfesteni.	1 pont	
A gúla forgásszimmetriája miatt a színezések száma $5! = 120$.	2 pont	
Összesen:	3 pont	

17. d)

A tízszeres nagyítás miatt $10^3 = 1000$ -szer annyi fát tartalmaz.	2 pont	<i>Az indoklás nélküli válasz 1 pontot ér.</i>
Összesen:	2 pont	

18. a)		
$h = 1,12(240 + 39 \cdot 19,8 + 24 \cdot 10,2) = 1407,84$	2 pont	<i>Ha ÁFA nélkül számol, 1 pontot kaphat.</i>
≈ 1408 forintot fizettek.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

18. b)		
$F = 1,12(240 + 19,8x + 10,2y)$	3 pont	<i>Ha ÁFA nélkül számol, vagy lemarad az alapidj, legfeljebb 1 pontot kaphat.</i>
Összesen:	3 pont	

18. c)		
$5456 = 1,12(240 + 19,8x + 10,2y)$	2 pont	<i>Egy ismeretlennel jól felírva is jár a 4 pont.</i>
$x = 2y$	2 pont	
$4871,43 = 240 + 39,6y + 10,2y$	1 pont	
$4631,43 = 49,8y$	1 pont	
$y = 93$	1 pont	
A nappali áramból 186 kWh, az éjszakaiból 93 kWh volt a fogyasztás.	1 pont	
Összesen:	8 pont	

18. d)		
$19,8x = 10,2y$	1 pont	
$\frac{x}{y} = \frac{10,2}{19,8} \approx 0,515$ a keresett arány.	2 pont	<i>Ha a közelítő adatot nem írja fel, akkor is jár a 2 pont.</i>
Összesen:	3 pont	