ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2006. február 21.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

- A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal** kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
- A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerül.
- **Kifogástalan megoldás** esetén elég a maximális pontszám beírása a megfelelő téglalapokba.
- Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra.

Tartalmi kérések:

- Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
- A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
- Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél **kevésbé részletezett**.
- Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
- **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel mint kiinduló adattal helyesen számol tovább a következő gondolati egységben vagy részkérdésben, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
- Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **mértékegység,** akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.
- Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **csak egy** (a magasabb pontszámú) **értékelhető**.
- A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont**) nem adható**.
- Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
- **A vizsgafeladatsor II./B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető.** A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha mégsem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz az, amelyet nem kell értékelni.

I.

1.		
$q = 2$	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

2.		
A: hamis	1 pont	.
B: igaz	1 pont	
C: hamis	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

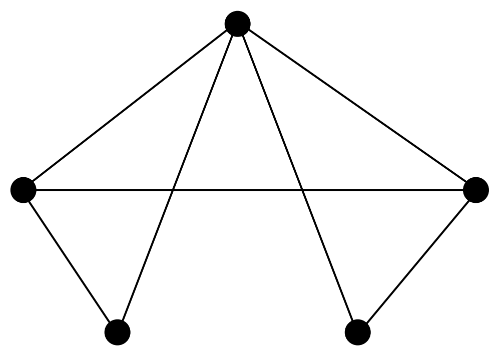
3.		
$\lg x = \lg(3 \cdot 25)$	1 pont	*A végeredmény helyes felírása esetén is jár a 2 pont.*
$x = 75$	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

4.		
2·3·3=18 féle szám képezhető.	2 pont	*Ha 27 a válasz, 1 pont adható.*
Összesen:	**2 pont**	*Az összes eset felsorolásakor is jár a 2 pont.*

5.		
Anna $\frac{1}{5}$ valószínűséggel lép be elsőnek.	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

6.		
A: igaz	1 pont	
B: hamis	1 pont	
C: igaz	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

7.		
$x^2 - 9 \neq 0$	1 pont	
Nem értelmezhető $x = 3$, vagy $x = -3$ esetén.	1 pont	*Az $x \neq \pm 3$ felírására is jár az 1 pont. Ha csak az egyik értéket tünteti fel, nem jár pont.*
Összesen:	**2 pont**	

8.		
	2 pont	*Ha hibás az ábra, de van legalább három jó fokszámú pont, 1 pont adható.*
Összesen:	**2 pont**	

9.		
A keresett betűjel: **b)**	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

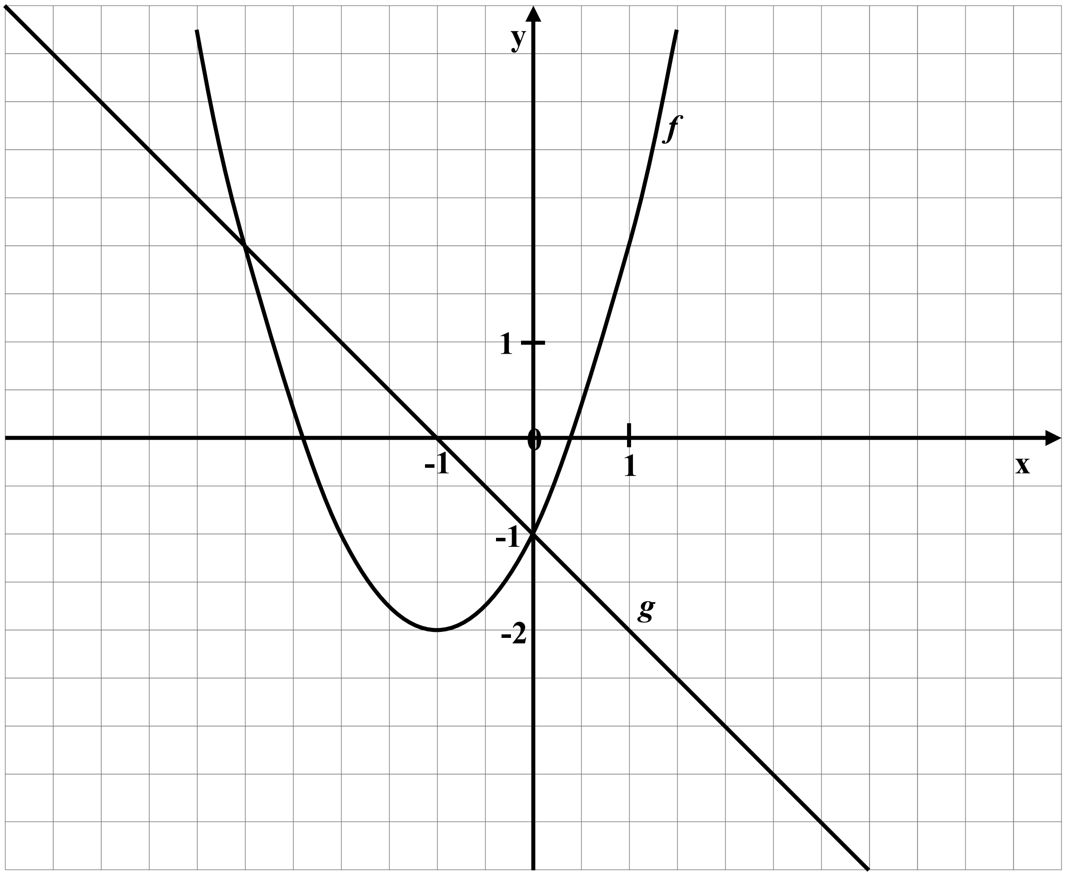
10.		
$\overrightarrow{AF} = \frac{\mathrm{\underline{b}} + \mathrm{\underline{c}}}{2}$	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

11.		
Ha x Ft a farmer eredeti ára, akkor $1{,}2 \cdot 0{,}75 \cdot x = 3600$	3 pont	*Az indoklás visszafelé való következtetéssel is megadható.*
$x = 4000$ Ft	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

12.		
$A = \{1; 2; 5; 7;\}$, $B = \{1; 2; 3; 4; 6;\}$	4 pont	*Ha Venn-diagrammal ábrázolja helyesen a két halmazt, akkor is jár a 4 pont.* *Ha csak a metszetet ábrázolta helyesen, 1 pont, az $A \setminus B$ helyes berajzolása 2 pont.*
Összesen:	**4 pont**	

II./A

13.



a)

Helyesen értelmezi és jól érvényesíti a normál-parabola két eltolását: 1-1 pont, a parabola alakja „megfelelő” (nincs töréspont; a meredekség illetve annak változása jó): 2 pont	4 pont	*Ha pontonként ábrázol: jó helyre került a tengelypont: **1 pont,** legalább négy további pont szerepel: **2 pont,** jó a grafikon: **1 pont.***
Összesen:	**4 pont**	

b)

Jól felrajzolja az egyenest.	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

c)

Algebrai megoldás: $(x+1)^2 - 2 + x + 1 \le 0$	1 pont	
$x^2 + 3x \le 0$	1 pont	
Az egyenlőség teljesül, ha $x_1 = -3$, illetve $x_2 = 0$,	2 pont	
tehát a megoldás: $-3 \le x \le 0$.	2 pont	
Összesen:	**6 pont**	

Grafikus megoldás: A két grafikon a (−3; 2) pontban és a (0; −1) pontban metszi egymást,	3 pont	
a metszéspontok között az egyenes a parabola fölött van, ezért a megoldás: $-3 \le x \le 0$.	3 pont	*Helyes megoldás esetén akkor is járnak a pontok, ha az indoklást nem fogalmazza meg a tanuló részletesen.*
Összesen:	**6 pont**	.

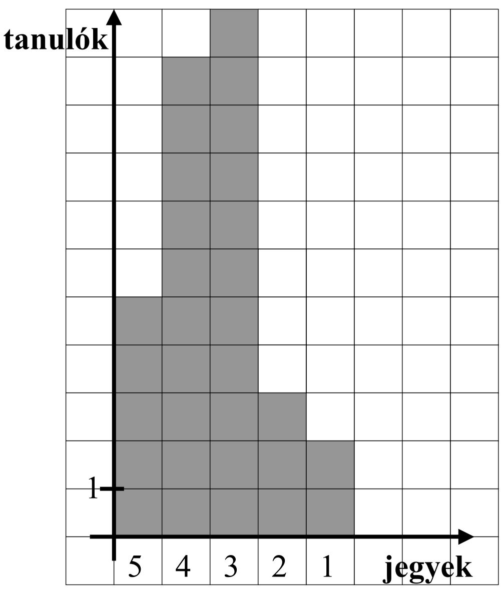
14. a)		
A négyzet alapú doboznál: $T_{alap} = 64\ cm^2$,	1 pont	
$T_{oldal} = 128\ cm^2$.	1 pont	
Az anyagszükséglet $1{,}1 \cdot 192 = 211{,}2\ cm^2$ papír,	1 pont	
illetve $1{,}1 \cdot 64 = 70{,}4\ cm^2$ fólia.	1 pont	
A téglalap alapú doboznál: $T_{alap} = 64\ cm^2$,	1 pont	
$T_{oldal} = (32 + 8) \cdot 4 = 160\ cm^2$.	1 pont	
Az anyagszükséglet: $1{,}1 \cdot 224 = 246{,}4\ cm^2$ papír és $70{,}4\ cm^2$ fólia.	2 pont	
Összesen:	**8 pont**	
14. b)		
A doboz térfogata $8 \cdot 8 \cdot 4 = 256\ cm^3$.	1 pont	
a négy golyó térfogata együtt $4 \cdot \frac{4 \cdot 2^3 \cdot \pi}{3} \approx 134\ cm^3$.	1 pont	
$256 - 134 = 122$ A keresett arány: $\frac{122}{256} \cdot 100 = 47{,}66 \approx 48\%$.	2 pont	
Összesen:	**4 pont**	

15. a)		
Az összeadott páratlan számok egy $d = 2$ differenciájú számtani sorozat szomszédos tagjai.	1 pont	
Legyen az összeg legkisebb tagja a_1, ekkor $a_{55} = a_1 + 54 \cdot 2$.	1 pont	
A számtani sorozat első n elemének összegére vonatkozó képletet alkalmazva: $S_{55} = 55 \cdot \frac{2a_1 + 54 \cdot 2}{2} \Rightarrow 3905 = 55(a_1 + 54)$.	2 pont	
$a_1 = 17$,	1 pont	
$a_{55} = 125$.	1 pont	

Tehát a keresett páratlan számok a 17 és a 125.	1 pont	
Ellenőrzés: az összeg valóban 3905.	1 pont	
Összesen:	**8 pont**	
15. b)		
A keresett számnak 5-re kell végződnie.	1 pont	
A17 után a legkisebb ilyen szám a 25, de ez nem felel meg.	1 pont	
A következő szám 35, és ez jó, mert $35 = 5 \cdot 7$.	1 pont	
Tehát a keresett szám a 35.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

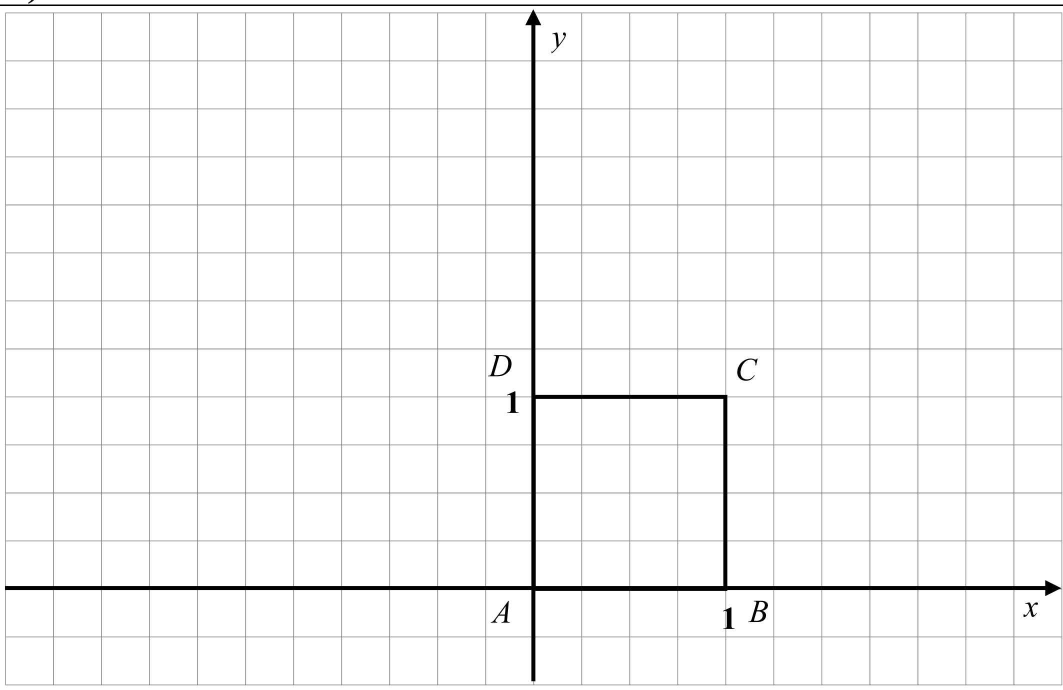
II./B

16. a)		
Ha x tanuló írt közepes dolgozatot, akkor az átlag: $\frac{5\cdot 5+10\cdot 4+x\cdot 3+3\cdot 2+2\cdot 1}{20+x}$.	2 pont	
$3{,}410 < \frac{5\cdot 5+10\cdot 4+x\cdot 3+3\cdot 2+2\cdot 1}{20+x} < 3{,}420$	2 pont	
$68{,}2 + 3{,}41x < 73 + 3x < 68{,}4 + 3{,}42x$ (mert $20 + x$ pozitív), az első egyenlőtlenségből: $x < 11{,}7$.	2 pont	
A második egyenlőtlenségből $10{,}95 < x$,	2 pont	
tehát 11 tanuló írt közepes dolgozatot.	1 pont	
Ellenőrzés: így az átlag; $\frac{106}{31} \approx 3{,}419$	1 pont	
Összesen:	**10 pont**	

16. b)		
<table><tr><td>**jegyek**</td><td>5</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>**tanulók**</td><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>3</td><td>2</td></tr></table>	1 pont	
	3 pont	
Összesen:	**4 pont**	

16. c)		
Az eredeti osztályban $\frac{11}{31}$ a közepes dolgozat kiválasztásának valószínűsége	1 pont	
A párhuzamos osztályban $\frac{12}{32}$ a valószínűség.	1 pont	
$\frac{11}{31} < \frac{12}{32}$, tehát a párhuzamos osztályban nagyobb a közepes dolgozat kiválasztásának a valószínűsége.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

17. a)

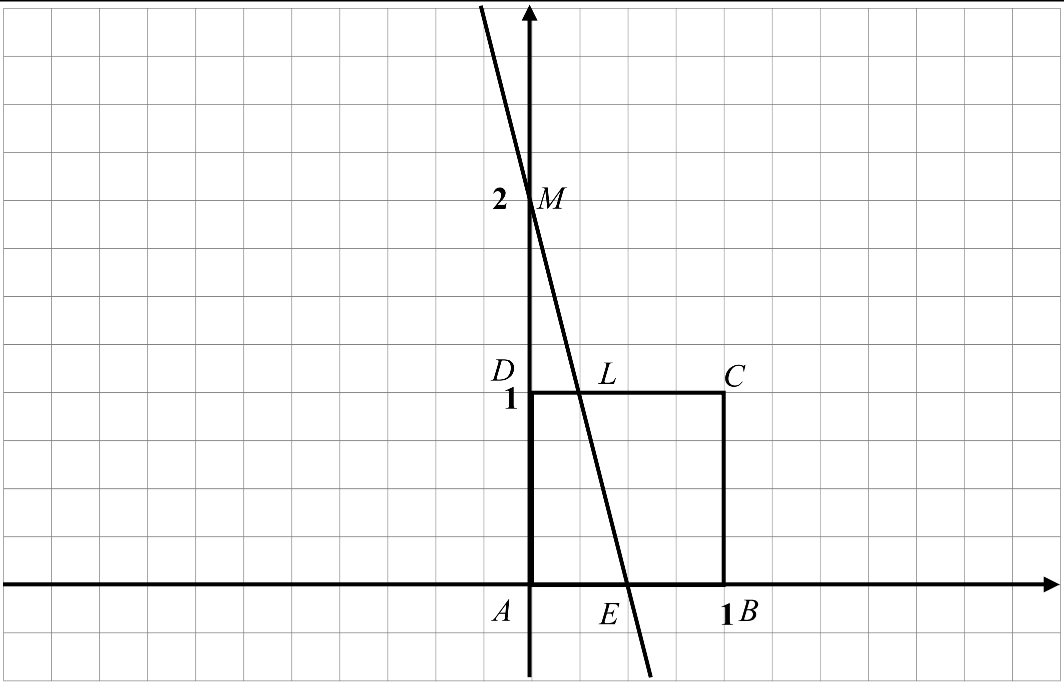


A négyzet helyes ábrázolása,	1 pont	
csúcspontjainak koordinátái: $A(0;\ 0)$, $B(1;\ 0)$, $C(1;\ 1)$ és $D(0;\ 1)$.	1 pont	
Összesen	**2 pont**	

17. b)		
A kör középpontja: $K\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.	1 pont	
A kör sugara $\frac{\sqrt{2}}{2}$.	2 pont	
A kör egyenlete: $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$	2 pont	
Összesen:	**5 pont**	

17. c)		
$K_{négyzet} = 4$; $K_{kör} = 2r\pi = \sqrt{2}\pi \approx 4{,}44$	1 pont	*Ha közelítő értékkel számol és 4,43-ot kap, akkor is jár az 1 pont.*
$\dfrac{4}{4{,}44} \approx 0{,}90$ vagyis 90 %-a.	1 pont	
Összesen	**2 pont**	

17.d)



L rajta van az $y = 1$ és az $y = -4x + 2$ egyenesek metszéspontján.	1 pont	
Így $L\left(\dfrac{1}{4};\ 1\right)$,	1 pont	
ezért $DL = \dfrac{1}{4}$.	1 pont	
Az $AELD$ trapéz területe $\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}{2}\cdot 1 = \dfrac{3}{8}\cdot 1 = \dfrac{3}{8}$.	2 pont	
Az $EBCL$ trapéz területe $\dfrac{5}{8}$.	2 pont	
A két terület aránya 3:5.	1 pont	
Összesen:	**8 pont**	

18. a)		
$\binom{20}{5}$-féle,	3 pont	*Ha nem használja a binomiális együtthatót, hanem tört alakban írja fel a sorrendek számát, $\left(\frac{20\cdot 19\cdot ...16}{5!}\right)$ akkor is jár a 3 pont.*
15504 jutalmazási sorrend lehetséges.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	
18. b)		
20·19·18·17·16,	3 pont	
1 860 480 jutalmazási sorrend lehetséges.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	
18. c)		
5! = 120-féle kiosztás lehetséges.	3 pont	
Összesen:	**3 pont**	
18. d)		
Bármelyik helyezés elérésének a versenyen $\frac{1}{20}$ a valószínűsége,	1 pont	
a három dobogós hely valamelyikének elérése $\frac{3}{20}$ valószínűségű,	2 pont	
mert ezek egymást kizáró események.	1 pont	
Az öt rangsorolt esemény egyikének elérése $\frac{5}{20}\left(=\frac{1}{4}\right)$ valószínűségű.	2 pont	
Összesen:	**6 pont**	*A keresett valószínűségek kombinatorikus úton való helyes meghatározásáért is járnak a megfelelő pontok.*