

Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**ÉRETSÉGI VIZSGA • 2014. május 6.**

**MATEMATIKA**  
**EMELT SZINTŰ**  
**ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2014. május 6. 8:00**

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK**  
**MINISZTERIUMA**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.

--

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**I.**

- 1.** a) Egy téglalapot 720 darab egybevágó kis téglalapra daraboltunk szét. A kis téglalapok oldalai közül az egyik 1 cm-rel hosszabb, mint a másik. Hány cm hosszúak egy-egy kis téglalap oldalai, ha a nagy téglalap területe  $2025 \text{ cm}^2$ ?
- b) Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből összesen 720 olyan hatjegyű szám képezhető, melynek számjegyei között nincsenek egyenlők. Ezek között hány 12-vel osztható van?

<b>a)</b>	7 pont	
<b>b)</b>	5 pont	
<b>Ö.:</b>	12 pont	

Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

2. Jelölje  $H$  a  $\sqrt{5,2-x} \leq 3$  egyenlőtlenség **pozitív egész** megoldásainak halmazát.  
Jelölje továbbá  $B$  azon **pozitív egész**  $b$  számok halmazát, amelyekre a  $\log_b 2^6$  kifejezés értéke is pozitív egész szám.  
Eleméinek felsorolásával adja meg a  $H$ , a  $B$ , a  $H \cap B$  és a  $B \setminus H$  halmazt!

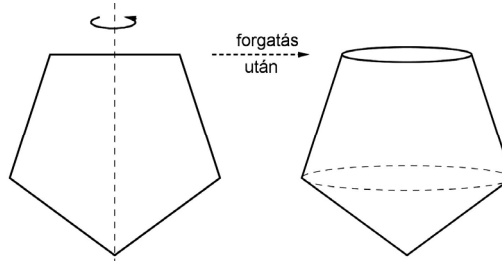
Ö.:	11 pont	
-----	---------	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

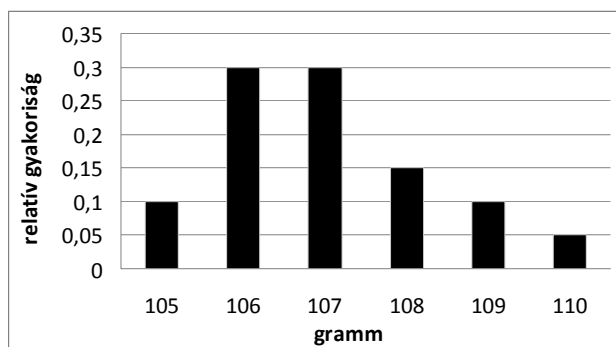
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3. Egy cég a függőleges irány kijelölésére alkalmas, az építkezéseknél is gyakran használt „függőönt” gyárt, amelynek nehezéke egy acélból készült test. Ez a test egy 2 cm oldalhosszúságú szabályos ötszög egyik szimmetriatengelye körüli forgatásával származtatható (lásd az ábrán).



- a) Hány  $\text{cm}^3$  a nehezék térfogata?  
Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

A minőségellenőrzés 120 darab terméket vizsgált meg. Feljegyezték az egyes darabok egész grammokra kerekített tömegét is. Hatféle tömeg fordult elő, ezek relatív gyakoriságát mutatja az oszlopdiagram.



- b) Készítsen gyakorisági táblázatot a 120 adatról, és számítsa ki ezek átlagát és szórását!

a)	9 pont	
b)	5 pont	
<b>Ö.:</b>	14 pont	



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

4. a) Deriváltfüggvényének segítségével elemezze az  $f: ]-2; 3[ \rightarrow \mathbf{R}; f(x) = x^3 - 1,5x^2 - 6x$  függvényt a következő szempontok szerint: növekedés és fogyás, lokális szélsőértékek helye és értéke!
- b) Adja meg azt a  $g: ]-2; 3[ \rightarrow \mathbf{R}$  függvényt, amelyre igaz, hogy  $g' = f$  (tehát az  $f$  függvény a  $g$  deriváltfüggvénye), és ezen kívül  $g(2) = 0$  is teljesül!

a)	10 pont	
b)	4 pont	
Ö.:	14 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**II.**

**Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

5. a) Igazolja, hogy a  $\left(-\frac{1}{2}\right)$ , a 0 és a 3 is gyöke a  $2x^3 - 5x^2 - 3x = 0$  egyenletnek, és az egyenletnek ezeken kívül más valós gyöke nincs!
- b) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!  
 $2\cos^3 x - 5\cos^2 x - 3\cos x = 0$
- c) Mutassa meg, hogy a  $2 \cdot 8^x + 7 \cdot 4^x + 3 \cdot 2^x = 0$  egyenletnek nincs valós gyöke!

a)	5 pont	
b)	6 pont	
c)	5 pont	
<b>Ö.:</b>	16 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

- 6.** Egy üzemben olyan digitális műszert gyártanak, amely kétféle adat mérésére alkalmas: távolságot és szöget lehet vele meghatározni. A gyártósor meghibásodott, de ezt hosszabb ideig nem vették észre. Ezalatt sok mérőeszközt gyártottak, ám ezeknek csak a 93%-a adja meg hibátlanul a szöget, a 95%-a méri hibátlanul a távolságot, sőt a gyártott mérőeszközök 2%-a mindkét adatot hibásan határozza meg.
- a)** Az egyik minőségellenőr 20 darab műszert vizsgál meg **visszatevéses** mintavétellel a meghibásodási időszak alatt készült termékek közül. Mekkora annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 2 darab hibásat talál közöttük? (Egy műszert hibásnak tekintünk, ha akár a szöget, akár a távolságot hibásan méri.)

Vízszintes, sík terepen futó patak túlsópartján álló fa magasságát kell meghatároznunk. A síkra merőlegesen álló fát megközelíteni nem tudjuk, de van egy kisméretű, digitális műszerünk, amellyel szöget és távolságot is pontosan tudunk mérni. A patakparton kitűzzük az  $A$  és  $B$  pontokat, amelyek 10 méterre vannak egymástól. Az  $A$  pontból  $55^\circ$ -os, a  $B$ -ből  $60^\circ$ -os emelkedési szög alatt látszik a fa teteje. Szögméréssel még megállapítjuk, hogy  $ATB \sphericalangle = 90^\circ$ , ahol  $T$  a fa „talppontja”.

- b)** Milyen magas a fa?

<b>a)</b>	7 pont	
<b>b)</b>	9 pont	
<b>Ö.:</b>	16 pont	

Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

7. Egy növekvő számtani sorozat első három tagjából álló adathalmaz szórásnégyzete 6.
- a) Igazolja, hogy a sorozat differenciája 3-mal egyenlő!

András, Barbara, Cili, Dezső és Edit rokonok. Cili 3 évvel idősebb Barbaránál, Dezső 6 évvel fiatalabb Barbaránál, Edit pedig 9 évvel idősebb Cilinél. Dezső, Barbara és Edit életkora (ebben a sorrendben) egy mértani sorozat három egymást követő tagja, András, Barbara és Cili életkora (ebben a sorrendben) egy számtani sorozat három szomszédos tagja.

- b) Hány éves András?

András, Barbara, Cili, Dezső, Edit és Feri moziba mennek.

- c) Hányféleképpen foglalhatnak helyet hat egymás melletti széken úgy, hogy a három lány ne három egymás melletti széken üljön?

a)	4 pont	
b)	6 pont	
c)	6 pont	
<b>Ö.:</b>	<b>16 pont</b>	



Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

- 8.** Egy  $ABCD$  négyzet  $A$  csúcsa a koordinátarendszer  $y$  tengelyére, szomszédos  $B$  csúcsa pedig a koordinátarendszer  $x$  tengelyére illeszkedik.
- a) Bizonyítsa be, hogy a négyzet  $K$  középpontjának koordinátái vagy egyenlők, vagy egymás ellentettjei!
  - b) Egy ilyen négyzet középpontja a  $(7; 7)$  pont. A négyzet oldala 10 egység hosszú. Számítsa ki a négyzet koordinátatengelyekre illeszkedő két csúcsának koordinátáit!

a)	8 pont	
b)	8 pont	
<b>Ö.:</b>	16 pont	

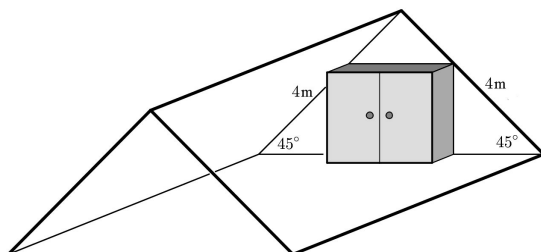
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

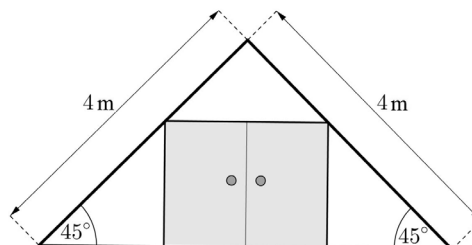
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Az 5-9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

9. Kovács úr a tetőterébe egy téglatest alakú beépített szekrényt készített. Két vázlatot rajzolt a terveiről az asztalosnak, és ezeken feltüntette a tetőtér megfelelő adatait is. Az első vázlat „térhatású”, a második pedig előlnézetben ábrázolja a szekrényt.



1. vázlat



2. vázlat

A tetőtér adottságai miatt a szekrény mélységének pontosan 60 cm-nek kell lennie.

- a) Mekkora legyen a szekrény vízszintes és függőleges mérete (azaz a szélessége és a magassága), ha a lehető legnagyobb térfogatú szekrényt szeretné elkészíttetni? (A magasság, a szélesség és a mélység a szekrény külső méretei, Kovács úr ezekkel számítja ki a térfogatot.)

A szekrény elkészült. Az akasztós részébe Kovács úr vasárnap este 7 inget tesz be, a hét minden napjára egyet-egyét. Az ingek között van 2 fehér, 2 világoskék és 3 sárga. Reggelente nagyon siet, ezért Kovács úr csak benyúl a szekrénybe, és anélkül, hogy odanézne, véletlenszerűen kivesz egy inget.

- b) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a hét első három napján vagy három különböző színű vagy három egyforma színű inget választ? (Ha valamelyik nap viselt egy inget, azt utána már nem teszi vissza a szekrénybe.)

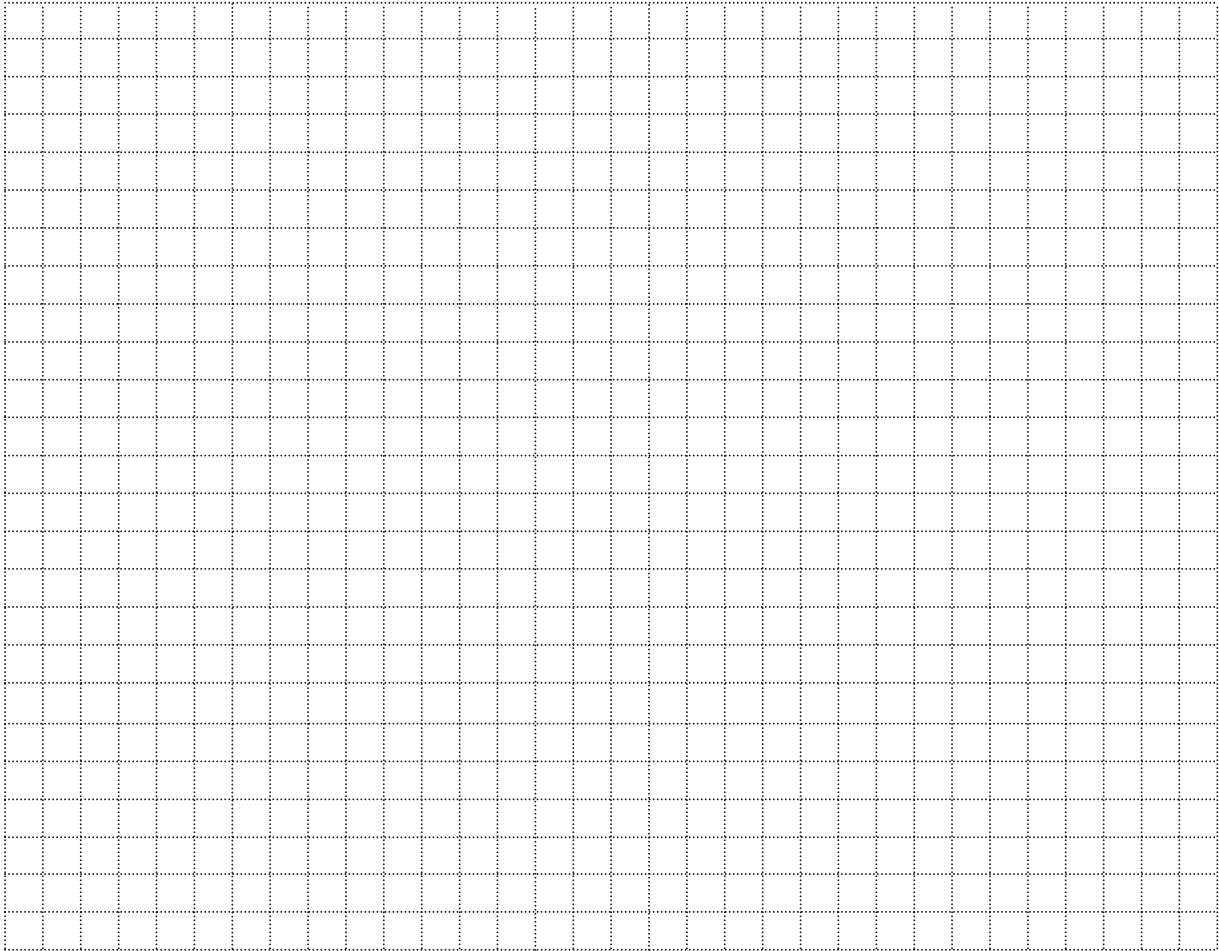
a)	8 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	16 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



Azonosító  
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

	a feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1.	12		<b>51</b>	
	2.	11			
	3.	14			
	4.	14			
II. rész		16		<b>64</b>	
		16			
		16			
		16			
			← nem választott feladat		
<b>Az írásbeli vizsgarész pontszáma</b>				<b>115</b>	

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ javító tanár

	elért pontszám <b>egész számra</b> kerekítve	programba beírt <b>egész</b> pontszám
I. rész		
II. rész		

\_\_\_\_\_ javító tanár

\_\_\_\_\_ jegyző

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ dátum