

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2014. október 14.**

**MATEMATIKA**  
**KÖZÉPSZINTŰ**  
**ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2014. október 14. 8:00**

**I.**

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK**  
**MINISZTERIUMA**

## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthalad az  $(1; -3)$  ponton, és egyik normálvektora a  $(8; 1)$  vektor!

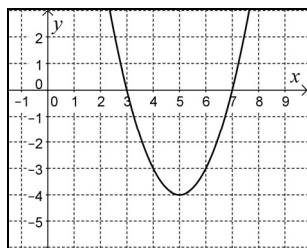
Az egyenes egyenlete:	2 pont	
-----------------------	--------	--

2. Végezze el a következő műveleteket, és vonja össze az egynemű kifejezéseket!  
A számítás menetét részletezze!

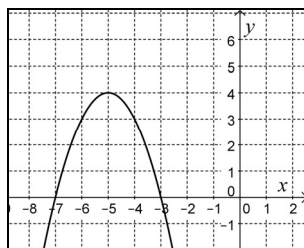
$$(x-3)^2 + (x-4) \cdot (x+4) - 2x^2 + 7x$$

	2 pont	
Az összevont alak:	1 pont	

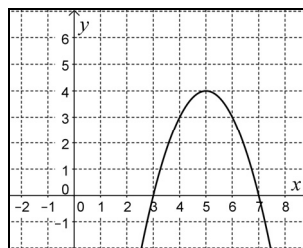
3. Adott a valós számok halmazán értelmezett  $x \mapsto -(x-5)^2 + 4$  függvény.  
Melyik ábrán látható e függvény grafikonjának egy részlete?



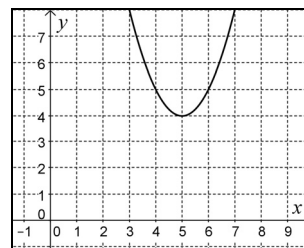
A



B



C



D

A megadott függvény grafikonjának betűjele:	2 pont	
---	--------	--

4. Adja meg az alábbi egyenlet megoldásait a valós számok halmazán!

$$|x^2 - 8| = 8$$

Az egyenlet megoldásai:	3 pont	
-------------------------	--------	--

5. a) Mely valós számokra értelmezhető a  $\log_2(3-x)$  kifejezés?  
b) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$\log_2(3-x) = 0$$

a) Az értelmezési tartomány:	1 pont	
b) $x =$	2 pont	

6. Az első 100 pozitív egész szám közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Adja meg annak a valószínűségét, hogy a kiválasztott szám osztható 5-tel!

A kérdéses valószínűség:	2 pont	
--------------------------	--------	--

7. Adja meg a következő egyenlet  $[0; 2\pi]$  intervallumba eső megoldásának pontos értékét!

$$\sin x = -1$$

$x =$	2 pont	
-------	--------	--

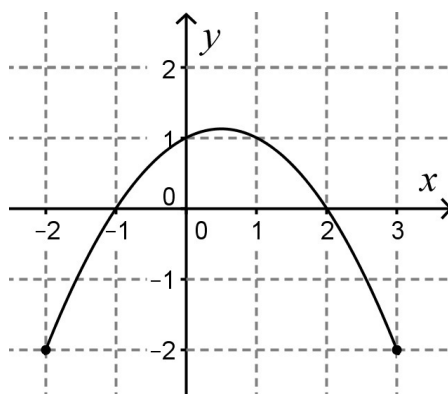
8. Határozza meg a valós számok halmazán értelmezett  $x \mapsto 1 + \cos x$  függvény értékkészletét!

A függvény értékkészlete:	2 pont	
---------------------------	--------	--

9. Egy kör érinti az  $y$  tengelyt. A kör középpontja a  $K(-2; 3)$  pont. Adja meg a kör sugarát, és írja fel az egyenletét!

A kör sugara:	1 pont	
A kör egyenlete:	2 pont	

10. Az ábrán látható függvény értelmezési tartománya a  $[-2; 3]$  intervallum, két zérushelye  $-1$  és  $2$ . Az értelmezési tartományának mely részhalmazán vesz fel a függvény pozitív értéket?



A kérdéses intervallum:	2 pont	
-------------------------	--------	--

**11.** Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós szám párok halmazán!

$$\begin{cases} 5x + y = 3 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

Válaszát indokolja!

	2 pont	
$x =$ $y =$	2 pont	

**12.** Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

**A:** Minden valós szám abszolút értéke pozitív.

**B:**  $16^{\frac{1}{4}} = 2$

**C:** Ha egy szám osztható 6-tal és 9-cel, akkor biztosan osztható 54-gyel is.

A: B: C:	2 pont	
----------------	--------	--

		maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	3	
	3. feladat	2	
	4. feladat	3	
	5. feladat	3	
	6. feladat	2	
	7. feladat	2	
	8. feladat	2	
	9. feladat	3	
	10. feladat	2	
	11. feladat	4	
	12. feladat	2	
<b>ÖSSZESEN</b>		<b>30</b>	

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ javító tanár

	elért pont- szám <b>egész</b> <b>számra</b> kerekítve	programba beírt <b>egész</b> pontszám
I. rész		

\_\_\_\_\_ javító tanár

\_\_\_\_\_ jegyző

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ dátum

**Megjegyzések:**

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!



**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2014. október 14.**

**MATEMATIKA**  
**KÖZÉPSZINTŰ**  
**ÍRÁSBELI VIZSGA**

**2014. október 14. 8:00**

**II.**

Időtartam: 135 perc

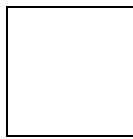
Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK**  
**MINISZTERIUMA**



## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

**A**

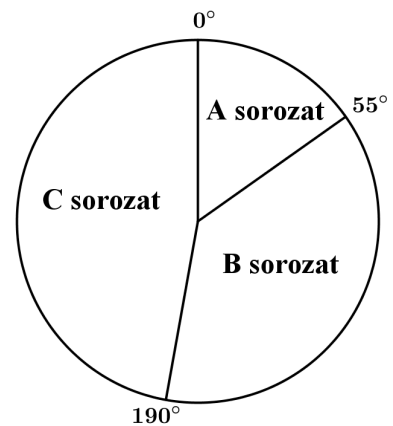
**13.** Egy közvélemény-kutató intézet azt a feladatot kapta, hogy két alkalommal – fél év különbséggel – mérje fel a TV-ben látható három filmsorozat nézettségi adatait. Az ábrán látható kérdőíven a válaszoló vagy azt jelölhette be, hogy az **A**, **B** és **C** sorozatok közül melyiket nézi (akár többet is meg lehetett jelölni), vagy azt, hogy egyiket sem nézi.

Tegyen X-et a megfelelő mezőbe!  
 Nézem az **A** sorozatot.   
 Nézem a **B** sorozatot.   
 Nézem a **C** sorozatot.   
 Egyik sorozatot sem nézem.   
 Ha az utolsó mezőbe X-et tett, akkor a másik három mezőt hagyja üresen!

Az első felméréskor kapott 600 kérdőív jelöléseit összesítve megállapították, hogy az **A** sorozat összesen 90 jelölést kapott, a **B** sorozat összesen 290-et, a **C** sorozat pedig összesen 230-at. Érdekes módon olyan válaszadó nem volt, aki pontosan két sorozatot nézett volna, viszont 55-en mindhárom sorozatot bejelölték.

- a) A válaszolók hány százaléka nézte az **A** sorozatot?
- b) Hány válaszoló nem nézte egyik sorozatot sem?

A második felmérés után kiválogatták azokat a kérdőíveket, amelyeken valamelyik sorozat meg volt jelölve. Ezeken a három sorozat nézettségére összesen 576 jelölés érkezett. Az adatok feldolgozói minden jelölést megszámláltak, és a végeredményről az itt látható kördiagramot készítették.



- c) Számítsa ki, hogy az egyes sorozatok nézettségére hány jelölés érkezett!

<b>a)</b>	2 pont	
<b>b)</b>	5 pont	
<b>c)</b>	5 pont	
<b>Ö.:</b>	12 pont	



- 14.** Egy család személyautóval Budapestről Keszthelyre utazott. Útközben lakott területen belül, országúton és autópályán is haladtak. Az utazással és az autóval kapcsolatos adatokat a következő táblázat tartalmazza:

	megtett út hossza (km)	átlagsebesség (km/h)	átlagos benzinfogyasztás 100 km-en (liter)
lakott területen belül	45	40	8,3
országúton	35	70	5,1
autópályán	105	120	5,9

- a) Mennyi ideig tartott az utazás?
- b) Hány liter ezen az utazáson az autó 100 km-re eső átlagfogyasztása?  
Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

Útközben elfogyott az autóból a benzin. A legközelebbi benzinkútnál kétféle benzineskannát lehet kapni. A nagyobbra rá van írva, hogy 20 literes, a kisebbre nincs ráírva semmi. A két kanna (matematikai értelemben) hasonló, a nagyobb kanna magassága éppen kétszerese a kisebb kanna magasságának.

- c) Hány literes a kisebb kanna?

a)	4 pont	
b)	5 pont	
c)	4 pont	
<b>Ö.:</b>	13 pont	

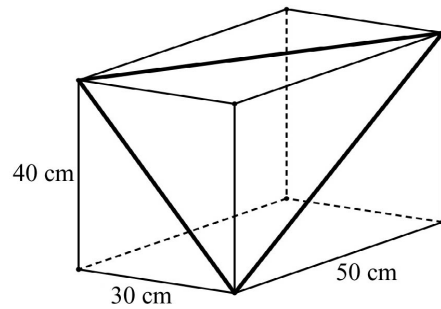


**15.** Egy téglatest alakú akvárium egy csúcsból kiinduló élei 30 cm, 40 cm, illetve 50 cm hosszúak.

- a) Hány literes ez az akvárium?  
(A számolás során tekintsen el az oldallapok vastagságától!)

Tekintsük azt a háromszöget, amelynek oldalait az ábrán látható téglatest három különböző hosszúságú lapátlója alkotja.

- b) Mekkora ennek a háromszögnek a legkisebb szöge?  
Válaszát fokban, egészre kerekítve adja meg!



a)	3 pont	
b)	8 pont	
<b>Ö.:</b>	11 pont	





**B**

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

**16.** Egy számtani sorozat első tagja 56, differenciája  $-4$ .

a) Adja meg a sorozat első 25 tagjának összegét!

b) Számítsa ki az  $n$  értékét és a sorozat  $n$ -edik tagját, ha az első  $n$  tag összege 408.

Egy mértani sorozat első tagja  $10^{25}$ , hányadosa 0,01.

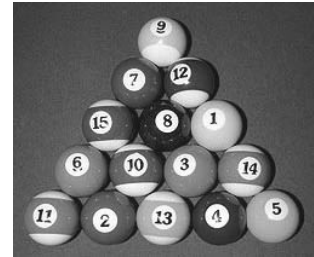
c) Hányadik tagja ennek a sorozatnak a 100 000?

a)	2 pont	
b)	8 pont	
c)	7 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

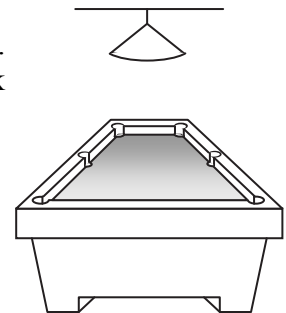
- 17.** A biliárdjáték megkezdésekor az asztalon 15 darab azonos méretű, különböző színezésű biliárdgolyót helyezünk el háromszög alakban úgy, hogy az első sorban 5 golyó legyen, a másodikban 4, a következőkben pedig 3, 2, illetve 1 golyó.  
(A golyók elhelyezésére vonatkozó egyéb szabályoktól tekintünk el.)



- a) Hányféleképpen lehet kiválasztani a 15-ből azt az 5 golyót, amelyet majd az első sorban helyezünk el? (Az 5 golyó sorrendjét nem vesszük figyelembe.)
- b) Hányféle különböző módon lehet az első két sort kirakni, ha a 9 golyó sorrendjét is figyelembe vesszük?

Egy biliárdasztal játékterülete téglalap alakú, mérete  $194 \text{ cm} \times 97 \text{ cm}$ . A játékterület középpontja felett  $85 \text{ cm}$ -rel egy olyan (pontszerűnek tekinthető) lámpa van, amely fénykúpjának a nyílásszöge  $100^\circ$ .

- c) Számítással állapítsa meg, hogy a lámpa megvilágítja-e a játékterület minden pontját!



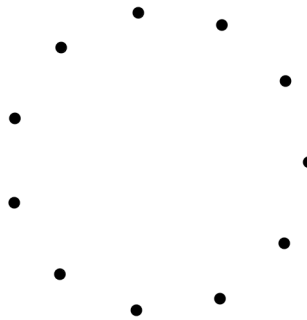
a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	11 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

**18.** Egy focicsapat 11 játékosa megérkezik az edzésre, néhányan kezét fognak egymással. (Két játékos között legfeljebb egy kézfogás történik.) Az edző felírta, hogy ki hányszor fogott kezét, és a következő számokat kapta: 0; 1; 2; 2; 2; 5; 0; 0; 4; 4; 2.

- a) Ábrázolja a kézfogásoknak egy lehetséges gráfját, ahol a pontok a játékosokat jelölik, és két pont között akkor van él, ha az illetők kezét fogták az edzés előtt!



- b) Hány kézfogás történt összesen?

Egy másik alkalommal az edző által feljegyzett 11 nemnegatív egész számról a következőket állapítottuk meg: a számok egyetlen módusza 2, mediánja 3, átlaga 4, terjedelme pedig 5 volt.

- c) Adjon meg a fenti feltételeknek megfelelő 11 nemnegatív egész számot!

Az edzésen a játékosok a tizenegyesrúgást gyakorolják.  
Az egyik játékos 0,9 valószínűséggel lövi be a tizenegyest.

- d) Mennyi a valószínűsége annak, hogy három rúgásból legalább egyszer betalál?  
A valószínűség pontos értékét adja meg!

a)	3 pont	
b)	2 pont	
c)	5 pont	
d)	7 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



	a feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	összesen
II. A rész	13.	12		
	14.	13		
	15.	11		
II. B rész		17		
		17		
			← nem választott feladat	
<b>ÖSSZESEN</b>		<b>70</b>		

	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	30	
II. rész	70	
<b>Az írásbeli vizsgarész pontszáma</b>	<b>100</b>	

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ javító tanár

	elért pontszám <b>egész számra</b> kerekítve	programba beírt <b>egész</b> pontszám
I. rész		
II. rész		

\_\_\_\_\_ javító tanár

\_\_\_\_\_ jegyző

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ dátum