

I. Trigonometrikus függvények és transzformációik

(ismétlés)

Minden valós számnak mint radiánban megadott szögnek létezik szinusza, illetve koszinusza, valamint minden szöghöz pontosan egy szinusz-, illetve koszinuszérték tartozik. Ezért készíthetünk olyan függvényt, amely minden valós számhoz hozzárendeli azok szinuszát, illetve koszinuszát. Ismételjük át ezeknek a függvények a grafikonját, illetve legfontosabb tulajdonságait!

Mintapélda₁

Készítsük el a következő függvények grafikonját, majd jellemezzük a függvényeket!

a) $f(x) = \sin x$

b) $g(x) = \cos x$

c) $h(x) = \operatorname{tg} x$

Megoldás:

a) **Jellemzés:**

1. **É.T.:** \mathbf{R}

2. **É.K.:** $[-1; 1]$

3. **Zérushely:**

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi, \quad k \in \mathbf{Z}$$

4. **Periódus:** 2π

5. **Monotonitás:**

$$\text{Szigorúan monoton növekvő: } -\frac{\pi}{2} + 2l\pi \leq x \leq \frac{\pi}{2} + 2l\pi, \quad l \in \mathbf{Z}$$

$$\text{Szigorúan monoton csökkenő: } \frac{\pi}{2} + 2m\pi \leq x \leq \frac{3\pi}{2} + 2m\pi, \quad m \in \mathbf{Z}$$

6. **Szélsőérték:**

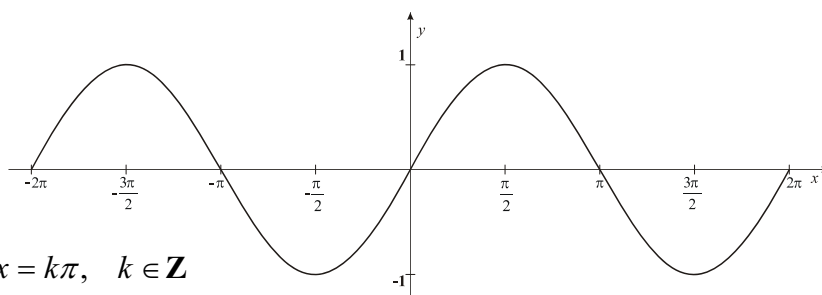
$$\text{Maximumhely: } x = \frac{\pi}{2} + 2n\pi, \quad n \in \mathbf{Z}$$

$$\text{Maximumérték: } \sin x = 1$$

$$\text{Minimumhely: } x = \frac{3\pi}{2} + 2s\pi, \quad s \in \mathbf{Z}$$

$$\text{Minimumérték: } \sin x = -1$$

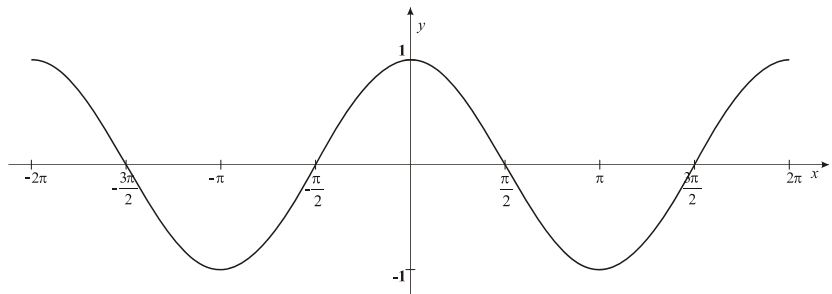
7. **Paritás:** Páratlan, mert $\sin x = -\sin(-x)$



b) **Jellemzés:**

1. **É.T.:** \mathbf{R}

2. **É.K.:** $[-1; 1]$



3. **Zérushely:**

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbf{Z}$$

4. **Periódus:** 2π

5. **Monotonitás:**

Szigorúan monoton csökkenő: $2l\pi \leq x \leq \pi + 2l\pi, \quad l \in \mathbf{Z}$

Szigorúan monoton növekvő: $\pi + 2m\pi \leq x \leq 2\pi + 2m\pi, \quad m \in \mathbf{Z}$

6. **Szélsőérték:**

Maximumhely: $x = 2n\pi, \quad n \in \mathbf{Z}$

Maximumérték: $\cos x = 1$

Minimumhely: $x = \pi + 2s\pi, \quad s \in \mathbf{Z}$

Minimumérték: $\cos x = -1$

7. **Paritás:** Páros, mert $\cos x = -\cos x$

c) **Jellemzés:**

1. **ÉT:** $\mathbf{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}, \quad k \in \mathbf{Z}$

2. **ÉK:** \mathbf{R}

3. **Zérushely:** $\operatorname{tg} x = 0 \Rightarrow x = l\pi, \quad l \in \mathbf{Z}$

4. **Periódus:** π

5. **Monotonitás:**

Szigorúan monoton növekvő: $\left] -\frac{\pi}{2} + m\pi; \frac{\pi}{2} + m\pi \right[, \quad m \in \mathbf{Z}$

6. **Szélsőérték:** Nincs

7. **Paritás:** Páratlan, mert $\operatorname{tg} x = -\operatorname{tg}(-x)$

