

FELADAT

Aladár 500 ezer Ft-ot vesz fel kölcsönbe évi 12%-os kamatra. Két év alatt kell visszafizetnie, havi egyenlő részletekben. Mennyi lesz a havi *törlesztő-részlet*?

MEGOLDÁS

A törlesztő-részleteket Aladár a hónap végén fizeti be, és az utolsó (24.) befizetés után a tartozása eltűnik, azaz 0 Ft lesz. A hitel már az első naptól termeli a kamatot a hitelintézetnek, ami hozzáadódik a visszafizetendő összeghez. Készítsünk táblázatot!

Mivel az éves kamat 12%, a *havi kamat* $12/12 = 1\%$. *Jelölés:* t – a havi törlesztő-részlet

1. hónap végén a tartozás	$\underbrace{500000 \cdot 1,01 - t}_{\text{egy havi kamat+tőke}}$
2. hónap végén a tartozás	$\underbrace{(500000 \cdot 1,01 - t) \cdot 1,01 - t}_{\text{2.havi kamat+tőke}} = 500000 \cdot 1,01^2 - 1,01 \cdot t - t$
3. hónap végén a tartozás	$\underbrace{(500000 \cdot 1,01^2 - 1,01 \cdot t - t) \cdot 1,01 - t}_{\text{3. havi kamat+tőke}} =$ $= 500000 \cdot 1,01^3 - 1,01^2 \cdot t - 1,01 \cdot t - t$
24. hónap végén	$500000 \cdot 1,01^{24} - 1,01^{23} \cdot t - 1,01^{22} \cdot t - \dots - 1,01 \cdot t - t$

Az utolsó törlesztés után már nem tartozunk semmivel:

$500000 \cdot 1,01^{24} - 1,01^{23} \cdot t - 1,01^{22} \cdot t - \dots - 1,01 \cdot t - t = 0$	A kiindulási egyenlet.
$500000 \cdot 1,01^{24} - t \cdot (1,01^{23} + 1,01^{22} + \dots + 1,01^2 + 1,01 + 1) = 0$	Kiemeljük t -t.
$500000 \cdot 1,01^{24} = t \cdot (1,01^{23} + 1,01^{22} + \dots + 1,01^2 + 1,01 + 1)$	Kifejezzük t -t.
$\frac{500000 \cdot 1,01^{24}}{1,01^{23} + 1,01^{22} + \dots + 1,01^2 + 1,01 + 1} = t$	

A nevezőben egy 1 kezdőtagú, 1,01 kvóciensű mértani sorozat első 24 elemének összegét

találjuk: $S_{24} = 1 \cdot \frac{1,01^{24} - 1}{1,01 - 1} = \frac{1,01^{24} - 1}{\frac{1}{100}} = 100 \cdot (1,01^{24} - 1)$. Helyettesítsük a nevezőbe!

$$\frac{500000 \cdot 1,01^{24}}{100 \cdot (1,01^{24} - 1)} = t$$

$$\underbrace{5000 \cdot \frac{1,01^{24}}{1,01^{24} - 1}} = t$$

Általánosan: p az időszaki kamatláb

$$\text{törlesztő - részlet} = \frac{\text{hitelösszeg} \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{\text{időszak_száma}}}{\frac{100}{p} \cdot \left[\left(1 + \frac{p}{100}\right)^{\text{időszak_száma}} - 1\right]}$$

A törlesztő-részlet értéke: $5000 \cdot \frac{1,2697}{1,2697 - 1} = 23\,537 \text{ Ft}$