

TÖBBTAGÚ KIFEJEZÉSEK SZORZÁSA

SZABÁLYOK:

kommutativitás (felcserélhetőség): $a+b = b+a$ $a \cdot b = b \cdot a$
 asszociativitás (csoportosíthatóság): $a+(b+c) = (a+b)+c = a+b+c$ $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot b \cdot c$
 disztributivitás (széttagozhatóság) – összegből szorzat vagy kiemelés: $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$

	ÖSSZEADÁS	SZORZÁS
kommutatív:	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
asszociatív:	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
A szorzás disztributív az összeadásra nézve: (2. ábra)		
	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c.$	

Felhasználó:

#1:

$$a \cdot (b + c)$$

Kibővít(#1):

#2:

$$a \cdot b + a \cdot c$$

Kéttagú összegek szorzása: minden tagot minden taggal

Felhasználó:

#3:

$$(a + b) \cdot (c + d)$$

Kibővít(#3):

#4:

$$a \cdot (c + d) + b \cdot (c + d)$$

Kibővít(#4):

#5:

$$a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$$

Kéttagú összeg négyzete a következő háromtagú összeg lesz:
 első tag négyzete, a két tag kétszeres szorzata, a második tag négyzete.

Felhasználó:

#6:

$$(a + b) \cdot (a + b)$$

Kibővít(#6):

#7:

$$a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

Kéttagú különbség négyzete: $[a+(-b)][a+(-b)]$

Felhasználó:

#8: $(a - b) \cdot (a - b)$

Lépés(#8):

#9: $(a - b)^2$

Kibővít(#9):

#10: $a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$

Háromtagú összeg négyzete:

Felhasználó:

#11: $(a + b + c) \cdot (a + b + c)$

Lépés(#11) Hatványalakban::

#12: $(a + b + c)^2$

Kibővít(#12) 1.lépés:

#13: $a^2 + a \cdot (2 \cdot b + 2 \cdot c) + b^2 + 2 \cdot b \cdot c + c^2$

Kibővít(#13) Végső alak:

#14: $a^2 + 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + b^2 + 2 \cdot b \cdot c + c^2$

Ugyanazon két tag összegének és különbségének szorzata

Felhasználó:

#15: $(a + b) \cdot (a - b)$

Kibővít(#15):

#16: $a^2 - b^2$

Tankönyv 52.o1da1:

#17:

$$(6 \cdot a - 5 \cdot b)^2$$

Kibővít(#17):

#18:

$$36 \cdot a^2 - 60 \cdot a \cdot b + 25 \cdot b^2$$

Felhasználó:

#19:

$$(10 \cdot a + 2 \cdot b)^2$$

Kibővít(#19):

#20:

$$100 \cdot a^2 + 40 \cdot a \cdot b + 4 \cdot b^2$$

Felhasználó:

$$\#21: (8 \cdot x + 3 \cdot y)^2$$

Kibővít(#21):

#22:

$$64 \cdot x^2 + 48 \cdot x \cdot y + 9 \cdot y^2$$

Felhasználó:

$$\#23: (7 \cdot x^2 + 3)^2$$

Kibővít(#23):

#24:

$$49 \cdot x^4 + 42 \cdot x^2 + 9$$

Felhasználó:

$$\#25: (a^3 - 9 \cdot b^2)$$

Kibővít(#25):

#26:

$$a^2 - 18 \cdot a \cdot b^3 + 81 \cdot b^6$$

Felhasználó:

$$\#27: (4 \cdot a^2 - 5 \cdot b^2)$$

Kibővít(#27):

$$\#28: 16 \cdot a^4 - 40 \cdot a^2 \cdot b^2 + 25 \cdot b^4$$

Felhasználó:

$$\#29: \left(\frac{5}{7} \cdot a + \frac{1}{3} \cdot b \right)^2$$

Kibővít(#29):

$$\#30: \frac{25 \cdot a^2}{49} + \frac{10 \cdot a \cdot b}{21} + \frac{b^2}{9}$$

Felhasználó:

$$\#31: \left(\frac{7}{11} \cdot x^4 - \frac{3}{8} \cdot y^3 \right)^2$$

Kibővít(#31):

$$\#32: \frac{49 \cdot x^8}{121} - \frac{21 \cdot x^4 \cdot y^3}{44} + \frac{9 \cdot y^6}{64}$$

Felhasználó:

$$\#33: (2 \cdot a + 4 \cdot b + c^2)^2$$

Kibővít(#33):

$$\#34: 4 \cdot a^2 + 4 \cdot a \cdot (4 \cdot b + c^2) + 16 \cdot b^2 + 8 \cdot b \cdot c^2 + c^4$$

Kibővít(#34):

$$\#35: 4 \cdot a^2 + 16 \cdot a \cdot b + 4 \cdot a \cdot c^2 + 16 \cdot b^2 + 8 \cdot b \cdot c^2 + c^4$$

Felhasználó:

$$\#36: (5 \cdot x - 3 \cdot y^2 + 2)^2$$

Kibővít(#36):

$$\#37: 25 \cdot x^2 + 10 \cdot x \cdot (2 - 3 \cdot y^2) + 9 \cdot y^4 - 12 \cdot y^2 + 4$$

Kibővít(#37):

$$\#38: 25 \cdot x^2 - 30 \cdot x \cdot y^2 + 20 \cdot x + 9 \cdot y^4 - 12 \cdot y^2 + 4$$

Felhasználó:

$$\#39: \left(6 \cdot x - \frac{2}{3} \cdot y - 4 \cdot z^2 \right)^2$$

Kibővít(#39):

$$\#40: 36 \cdot x^2 - 8 \cdot x \cdot (y + 6 \cdot z^2) + \frac{4 \cdot (y^2 + 12 \cdot y \cdot z^2 + 36 \cdot z^4)}{9}$$

Kibővít(#40):

$$\#41: 36 \cdot x^2 - 8 \cdot x \cdot y - 48 \cdot x \cdot z^2 + \frac{4 \cdot y^2}{9} + \frac{16 \cdot y \cdot z^2}{3} + 16 \cdot z^4$$

Felhasználó:

$$\#42: \left(\frac{3}{4} \cdot a - \frac{2}{3} \cdot b + \frac{1}{7} \right)^2$$

Kibővít(#42):

$$\#43: \frac{9 \cdot a^2}{16} + \frac{a \cdot (3 - 14 \cdot b)}{14} + \frac{196 \cdot b^2 - 84 \cdot b + 9}{441}$$

Kibővít(#43):

#44:

$$\frac{9 \cdot a^2}{16} - a \cdot b + \frac{3 \cdot a}{14} + \frac{4 \cdot b^2}{9} - \frac{4 \cdot b}{21} + \frac{1}{49}$$

Felhasználó:

$$\#45: (2 \cdot a - 3 \cdot b + 4 \cdot c - d)^2$$

Kibővít(#45):

#46:

$$4 \cdot a^2 - 4 \cdot a \cdot (3 \cdot b - 4 \cdot c + d) + 9 \cdot b^2 + 6 \cdot b \cdot (d - 4 \cdot c) + 16 \cdot c^2 - 8 \cdot c \cdot d + d^2$$

Kibővít(#46):

#47:

$$4 \cdot a^2 - 12 \cdot a \cdot b + 4 \cdot a \cdot (4 \cdot c - d) + 9 \cdot b^2 + 6 \cdot b \cdot (d - 4 \cdot c) + 16 \cdot c^2 - 8 \cdot c \cdot d + d^2$$

$$4a^2 - 12ab + 16ac - 4ad + 9b^2 - 24bc + 6bd + 16c^2 - 8cd + d^2 \quad \checkmark$$

Kéttagú összeg harmadik hatványa

$$\begin{aligned} (a + b)^3 &= (a + b)(a + b)^2 = (a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = \\ &= a^3 + 2a^2b + ab^2 + ba^2 + 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3. \end{aligned}$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Eredményünk $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$ alakban is írható, amely egyes feladatok megoldásánál jól használható.

Kéttagú különbség harmadik hatványa

$$\begin{aligned}(a - b)^3 &= (a - b)(a - b)^2 = (a - b)(a^2 - 2ab + b^2) = \\ &= a^3 - 2a^2b + ab^2 - ba^2 + 2ab^2 - b^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.\end{aligned}$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Ezt az azonosságot is írhatjuk $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$ alakban.

F E L A D A T O K 9.tankönyv 53.o1da1

Felhasználó:

#48: $(3 \cdot x + y)^3$

Kibővít(#48):

#49:

$$27 \cdot x^3 + 27 \cdot x^2 \cdot y + 9 \cdot x \cdot y^2 + y^3$$

Felhasználó:

#50: $(4 \cdot a^2 - 2 \cdot b)^3$

Kibővít(#50):

#51:

$$64 \cdot a^6 - 96 \cdot a^4 \cdot b + 48 \cdot a^2 \cdot b^2 - 8 \cdot b^3$$

Felhasználó:

#52: $\left(\frac{1}{2} \cdot x + 2 \cdot y\right)^3$

Kibővít(#52):

#53:

$$\frac{x^3}{8} + \frac{3 \cdot x^2 \cdot y}{2} + 6 \cdot x \cdot y^2 + 8 \cdot y^3$$

Felhasználó:

$$\#54: \left(\frac{2}{5} \cdot x - \frac{1}{3} \cdot y^3 \right)^3$$

Kibővít(#54):

#55:

$$\frac{8 \cdot x^3}{125} - \frac{4 \cdot x^2 \cdot y^3}{25} + \frac{2 \cdot x \cdot y^6}{15} - \frac{y^9}{27}$$

Felhasználó:

$$\#56: \left(\frac{1}{4} \cdot a^2 + 5 \cdot b \right)^3$$

Kibővít(#56):

#57:

$$\frac{a^6}{64} + \frac{15 \cdot a^4 \cdot b}{16} + \frac{75 \cdot a^2 \cdot b^2}{4} + 125 \cdot b^3$$

Felhasználó:

$$\#58: \left(\frac{3}{5} \cdot a - \frac{4}{10} \cdot b \right)^3$$

Kibővít(#58):

#59:

$$\frac{27 \cdot a^3}{125} - \frac{54 \cdot a^2 \cdot b}{125} + \frac{36 \cdot a \cdot b^2}{125} - \frac{8 \cdot b^3}{125}$$

Két tag összegének és különbségének szorzata

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2.$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Egy kéttagú összeg és ugyanazon tagok különbségének szorzata egyenlő az első és második tag négyzetének különbségével.

Felhasználó:

#60: $(7 \cdot x - 6 \cdot y) \cdot (7 \cdot x + 6 \cdot y)$

Kibővít(#60):

#61:

$$49 \cdot x^2 - 36 \cdot y^2$$

Felhasználó:

#62: $(3 \cdot a + 5 \cdot b) \cdot (3 \cdot a - 5 \cdot b)$

Kibővít(#62):

#63:

$$9 \cdot a^2 - 25 \cdot b^2$$

Felhasználó:

#64: $\left(\frac{1}{5} \cdot x - 7\right) \cdot \left(\frac{1}{5} \cdot x + 7\right)$

Kibővít(#64):

#65:

$$\frac{x^2}{25} - 49$$

Felhasználó:

$$\#66: (x^2 - 6 \cdot a) \cdot (x^2 + 6 \cdot a)$$

Kibővít(#66):

#67:

$$x^4 - 36 \cdot a^2$$

Felhasználó:

$$\#68: (1.2 \cdot a^3 - 9 \cdot b^2) \cdot (1.2 \cdot a^3 + 9 \cdot b^2)$$

Kibővít(#68):

#69:

$$\frac{36 \cdot a^6}{25} - 81 \cdot b^4$$

Felhasználó:

$$\#70: (8 \cdot x^2 \cdot y - 3 \cdot x \cdot y^2) \cdot (8 \cdot x^2 \cdot y + 3 \cdot x \cdot y^2)$$

Kibővít(#70):

#71:

$$64 \cdot x^4 \cdot y^2 - 9 \cdot x^2 \cdot y^4$$

Felhasználó:

$$\#72: \left(\frac{1}{2} \cdot a + \frac{11}{2} \cdot b \right) \cdot (0.5 \cdot a - 5.5 \cdot b)$$

Kibővít(#72):

#73:

$$\frac{a^2}{4} - \frac{121 \cdot b^2}{4}$$

Felhasználó:

$$\#74: \left(1.2 \cdot x^2 - \frac{2}{5} \cdot y^2 \right) \cdot \left(\frac{6}{5} \cdot x^2 + 0.4 \cdot y^2 \right)$$

Kibővít(#74):

#75:

$$\frac{36 \cdot x^4}{25} - \frac{4 \cdot y^4}{25}$$

5. Végezzük el a következő műveleteket!

a) $(2x + y)^3 - (6x + y)(6x - y) + (x^2 - 5)^2;$

b) $(4x - y)(4x + y) + (2x - y)^2 - (5x + 2y)(5x - 2y);$

c) $(5a + b)^3 - (5a - b)^3 - 5(4a - 3b)(4a + 3b);$

d) $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)^3 + \left(2 + \frac{3}{2}x\right)^3 - \left(\frac{5}{2}x + 3\right) \cdot \left(\frac{5}{2}x - 3\right);$

e) $\left(\frac{2}{3}a + 3\right)^2 - \left(\frac{2}{3}a - 1\right)^2 + \left(\frac{5}{3}a - 4\right) \cdot \left(\frac{5}{3}a + 4\right).$

Felhasználó:

#76: $(2 \cdot x + y)^3 - (6 \cdot x + y) \cdot (6 \cdot x - y) + (x^2 - 5)^2$

Kibővít(#76):

#77:

$$x^4 + 8 \cdot x^3 + x^2 \cdot (12 \cdot y - 46) + 6 \cdot x \cdot y^2 + y^3 + y^2 + 25$$

Kibővít(#77):

#78:

$$x^4 + 8 \cdot x^3 + 12 \cdot x^2 \cdot y - 46 \cdot x^2 + 6 \cdot x \cdot y^2 + y^3 + y^2 + 25$$

Felhasználó:

#79: $(4 \cdot x - y) \cdot (4 \cdot x + y) + (2 \cdot x - y)^2 - (5 \cdot x + 2 \cdot y) \cdot (5 \cdot x - 2 \cdot y)$

Kibővít(#79'):

#80:

$$(16 \cdot x^2 - y^2) + (2 \cdot x - y)^2 - (5 \cdot x + 2 \cdot y) \cdot (5 \cdot x - 2 \cdot y)$$

Kibővít(#80'):

$$\#81: (16 \cdot x^2 - y^2) + (4 \cdot x^2 - 4 \cdot x \cdot y + y^2) - (5 \cdot x + 2 \cdot y) \cdot (5 \cdot x - 2 \cdot y)$$

Kibővít(#81'):

$$\#82: (16 \cdot x^2 - y^2) + (4 \cdot x^2 - 4 \cdot x \cdot y + y^2) - (25 \cdot x^2 - 4 \cdot y^2)$$

Kibővít(#79):

$$\#83: -5 \cdot x^2 - 4 \cdot x \cdot y + 4 \cdot y^2$$

Felhasználó:

$$\#84: (5 \cdot a + b)^3 - (5 \cdot a - b)^3 - 5 \cdot (4 \cdot a - 3 \cdot b) \cdot (4 \cdot a + 3 \cdot b)$$

Kibővít(#84'):

$$\#85: (125 \cdot a^3 + 75 \cdot a^2 \cdot b + 15 \cdot a \cdot b^2 + b^3) - (5 \cdot a - b)^3 - 5 \cdot (4 \cdot a - 3 \cdot b) \cdot (4 \cdot a + 3 \cdot b)$$

Kibővít(#85'):

$$\#86: (125 \cdot a^3 + 75 \cdot a^2 \cdot b + 15 \cdot a \cdot b^2 + b^3) - (125 \cdot a^3 - 75 \cdot a^2 \cdot b + 15 \cdot a \cdot b^2 - b^3) - 5 \cdot (4 \cdot a - 3 \cdot b) \cdot (4 \cdot a + 3 \cdot b)$$

Kibővít(#86'):

$$\#87: (125 \cdot a^3 + 75 \cdot a^2 \cdot b + 15 \cdot a \cdot b^2 + b^3) - (125 \cdot a^3 - 75 \cdot a^2 \cdot b + 15 \cdot a \cdot b^2 - b^3) - (80 \cdot a^2 - 45 \cdot b^2)$$

Kibővít(#87):

$$\#88: 10 \cdot a^2 \cdot (15 \cdot b - 8) + 2 \cdot b^3 + 45 \cdot b^2$$

Felhasználó:

$$\#89: \left(\frac{1}{2} \cdot x - 1 \right)^3 + \left(2 + \frac{3}{2} \cdot x \right)^3 - \left(\frac{5}{2} \cdot x + 3 \right) \cdot \left(\frac{5}{2} \cdot x - 3 \right)$$

Kibővít(#89'):

$$\#90: \left(\frac{x^3}{8} - \frac{3 \cdot x^2}{4} + \frac{3 \cdot x}{2} - 1 \right) + \left(2 + \frac{3}{2} \cdot x \right)^3 - \left(\frac{5}{2} \cdot x + 3 \right) \cdot \left(\frac{5}{2} \cdot x - 3 \right)$$

Kibővít(#90'):

$$\#91: \left(\frac{x^3}{8} - \frac{3 \cdot x^2}{4} + \frac{3 \cdot x}{2} - 1 \right) + \left(\frac{27 \cdot x^3}{8} + \frac{27 \cdot x^2}{2} + 18 \cdot x + 8 \right) - \left(\frac{5}{2} \cdot x + 3 \right) \cdot \left(\frac{5}{2} \cdot x - 3 \right)$$

Kibővít(#91'):

$$\#92: \left(\frac{x^3}{8} - \frac{3 \cdot x^2}{4} + \frac{3 \cdot x}{2} - 1 \right) + \left(\frac{27 \cdot x^3}{8} + \frac{27 \cdot x^2}{2} + 18 \cdot x + 8 \right) - \left(\frac{25 \cdot x^2}{4} - 9 \right)$$

Kibővít(#92):

$$\#93: \frac{7 \cdot x^3}{2} + \frac{13 \cdot x^2}{2} + \frac{39 \cdot x}{2} + 16$$
